

Scuola di Scienze

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Corso di Laurea Magistrale in Fisica

**INDAGARE
L'INTERDISCIPLINARITA' TRA
FISICA E MATEMATICA TRAMITE
LA TEORIA DELLE RETI: ANALISI DI
UN CORSO DI FORMAZIONE
INSEGNANTI SUL TEMA DELLA
PARABOLA**

Relatore:

Dott.ssa Giulia Tasquier

Presentata da:

Mario Sicignano

Correlatore:

Dott. Enrico Giampieri

Abstract

Il presente lavoro si colloca nell'ambito di IDENTITIES, un progetto Erasmus+ di durata triennale iniziato nel settembre 2019, coordinato dall'Università di Bologna e che coinvolge altri 4 partner. Tale progetto mira a sviluppare moduli didattici interdisciplinari sia su temi curriculari che su temi STEM.

Come attività pilota del progetto IDENTITIES, tra novembre-dicembre 2019, è stato organizzato un corso di formazione per docenti in servizio di scuola secondaria di secondo grado sull'interdisciplinarietà tra matematica e fisica, sul tema della parabola e del moto parabolico. Il corso si è svolto nell'ambito delle attività PLS del gruppo di ricerca in Fisica e di Matematica dell'Università di Bologna, in collaborazione con le attività POT degli studi umanistici e con altri dipartimenti di ateneo. In qualità di studio pilota, il corso è stato oggetto di diverse analisi e riflessioni, fra cui quella svolta in questa tesi.

L'obiettivo principale di questa tesi è utilizzare la Teoria delle Reti, in particolare la Network Analysis, per analizzare e caratterizzare una lezione interdisciplinare. Questo viene fatto attraverso la realizzazione e l'analisi di mappe tematiche, ottenute applicando una metodologia mista, qualitativa e quantitativa.

Nella tesi sarà descritta la teoria di base su cui si poggia il lavoro e la metodologia utilizzata. Verrà mostrato in che modo è avvenuta la raccolta dati e le fasi di analisi, definendo i tre livelli utilizzati, e come questa struttura ha permesso di rispondere alle domande di ricerca. Nelle conclusioni sono discussi i principali risultati ottenuti: i) individuazione di nodi *cruciali* che favoriscono una connessione disciplinare all'interno della rete e che assumono il ruolo di attivatori epistemologici; ii) caratterizzazione di alcuni "nodi Livello" come "nodi ponte" che permettono di connettere all'interno della mappa nodi oggetto appartenenti a diverse discipline, fungendo così da ponte fra i diversi discorsi disciplinari.

INDICE

Introduzione	5
Capitolo 1. Overview della Network Science e sue applicazioni nella Science Education ...	7
1.1 I networks nel XXI secolo	7
1.2 Nascita della Network Science	8
1.3 Come la Network Science ha influenzato la comunità scientifica	11
1.4 La NA e la sua applicazione nel campo della Science Education	13
Capitolo 2. L'interdisciplinarietà tra matematica e fisica e il contesto di analisi studiato	17
2.1 L'interdisciplinarietà nella ricerca in Science Education	17
2.2 L'interdisciplinarietà nel gruppo di ricerca in Science Education dell'Università di Copenaghen	20
2.3 L'approccio del gruppo di ricerca in didattica e storia della fisica dell'Università di Bologna e il progetto IDENTITIES	22
2.4 Il contesto del PLS	23
2.5 La lezione sulla parabola	25
2.5.1 La parabola dal punto di vista matematico (relatrici: prof.sse Branchetti e Cattabriga)	25
2.5.2 La parabola dal punto di vista fisico (relatrice: prof.ssa Fantini)	27
2.6 Contestualizzazione degli obiettivi	31
Capitolo 3. Metodologia	32
3.1 La metodologia utilizzata dal gruppo di ricerca in Science Education dell'Università di Copenaghen	32
3.2 La metodologia utilizzata in questo studio	36
3.3 Parametri utilizzati per l'analisi e la visualizzazione della rete	40
3.4 La raccolta dati e le fasi di analisi	45
Capitolo 4. Analisi Dati	51
4.1 Analisi globale delle macrostrutture delle mappe	52
4.2 Analisi locale dei triangoli	56
4.3 Analisi della dinamica nodi – mappa globale	63
Conclusioni	70
Ringraziamenti	74
Bibliografia	75
Appendice	82

Introduzione

Questa tesi si inquadra nei lavori di ricerca sul tema dell'interdisciplinarità condotti dal gruppo di Didattica e Storia della Fisica dell'Università di Bologna (Branchetti, Cattabriga & Levrini, 2019; Branchett, Fantini & Levrini, 2019; Levrini, Branchetti, Cattabriga, Moruzzi & Viale, 2020; Gombi, 2020; Leban, 2020; Quadrelli, 2020). Si colloca in un contesto di sperimentazione organizzato nell'ambito del progetto Erasmus+ IDENTITIES (www.identitiesproject.eu), coordinato dal Dipartimento di Fisica e Astronomia di Bologna, con partnership le Università di Barcellona, Creta, Montpellier e Parma. Il progetto, iniziato a settembre del 2019, ha come scopo quello di progettare nuovi approcci didattici sull'interdisciplinarità nella scienza e nella matematica, al fine di innovare la formazione degli insegnanti per affrontare le sfide contemporanee. L'aspetto chiave ed innovativo del progetto IDENTITIES riguarda la costruzione di moduli interdisciplinari sia su argomenti STEM avanzati, intrinsecamente interdisciplinari (es. cambiamento climatico, intelligenza artificiale, nanotecnologie, computer quantistici), il cui insegnamento richiede il supporto da parte di nuovi materiali didattici, sia temi curriculari interdisciplinari riguardanti problemi di confine, che hanno come obiettivo quello di rendere le discipline più coinvolte, pertinenti e significative.

Come attività pilota del progetto IDENTITIES è stato organizzato un corso di formazione, per docenti in servizio di scuola secondaria di secondo grado, sul tema dell'interdisciplinarità tra matematica e fisica. Esso si inquadra nell'ambito delle attività PLS (Piano Lauree Scientifiche) del gruppo di ricerca in Fisica e di Matematica dell'Università di Bologna, in collaborazione con le attività POT (Piano Orientamento Tutorato) degli studi umanistici e con altri dipartimenti di ateneo. Il suo scopo principale è stato quello di presentare strumenti interdisciplinari per l'analisi e la comprensione dei testi scientifici. Il corso, tenutosi nel periodo novembre-dicembre 2019, si è strutturato in diversi incontri sul tema dell'interdisciplinarità tra matematica e fisica, a partire dal caso specifico della parabola e del moto parabolico. Nelle lezioni del primo incontro, oggetto dell'analisi di questa tesi, è stato analizzato il tema della parabola e del moto parabolico da un punto di vista storico, sia nel suo sviluppo matematico (prof.sse Branchetti e Cattabriga) che fisico (prof.ssa Fantini), con l'ausilio di estratti dalle opere originali di Apollonio di Perga, Keplero, Guidobaldo Del Monte e Galileo Galilei.

L'obiettivo principale di questa tesi è utilizzare la Teoria delle Reti, in particolare la Network Analysis, per analizzare le lezioni del corso con l'obiettivo specifico di studiare quali elementi possono caratterizzare una lezione interdisciplinare. Questo viene fatto attraverso la realizzazione e la conseguente analisi di mappe tematiche, ottenute applicando una metodologia mista, qualitativa e quantitativa. La metodologia utilizzata ha lo scopo, quindi, di far emergere caratteristiche particolari dalla lezione interdisciplinare, attraverso l'uso combinato sia di tecniche di analisi qualitativa ispirate

alla *Grounded Theory*, tipiche della Didattica delle Scienze (e.g. Glaser & Strauss, 1967; Anfara et al., 2002; Fantini, 2014), sia di tecniche quantitative e di visualizzazione provenienti dal campo della Network Analysis (e.g. Bodin, 2012; Bruun, Lindahl & Linder, 2018; Kelmark Andersen, 2017; Xiao & Witherspoon, 2015).

La tesi si articola in quattro capitoli più le conclusioni.

Nel primo capitolo, viene fatta una panoramica generale sulla *Network Science* e sull'influenza da essa esercitata in vari campi di ricerca, in particolare su come questa abbia influenzato la *Science Education* negli ultimi anni. In esso vengono riportate sia le riflessioni di Barabasi (Barabasi, 2016), sul motivo dell'improvviso interesse nato nei confronti degli articoli riguardanti le reti, sia una panoramica delle recenti ricerche nel campo della *Science Education* in cui si è utilizzata la *Network Analysis*.

Nel secondo capitolo, viene introdotto il tema dell'interdisciplinarietà, nello specifico fra matematica e fisica, mostrando sia l'approccio a tale tema del gruppo di ricerca in Didattica e Storia della Fisica dell'Università di Bologna e la sua contestualizzazione nell'ambito del progetto IDENTITES, sia l'approccio del gruppo di ricerca in *Science Education* dell'Università di Copenaghen, a cui si ispira la metodologia utilizzata per l'analisi di questa tesi.

Nel terzo capitolo, viene presentata la metodologia mista utilizzata in questo studio e come, essa, si differenzia da quella danese a cui ci si è ispirati. Infine, vengono elencate e illustrate le differenti fasi di analisi che hanno accompagnato questo lavoro.

Nel quarto capitolo, vengono definiti i tre livelli di analisi utilizzati che servono come base per rispondere alle domande di ricerca e illustrati i risultati principali a cui hanno condotto i tre livelli di analisi.

Per poter guidare l'analisi delle lezioni interdisciplinari, si sono formulate due domande di ricerca. La prima aveva l'obiettivo di comprendere quali informazioni si potessero ottenere dall'analisi di una mappa tematica ed in particolare se fosse possibile individuare dalle mappe elementi caratteristici (ad esempio strutture, espressioni, nodi, etc.) capaci di mettere in luce dei pattern interdisciplinari. La seconda aveva l'obiettivo di comprendere se l'utilizzo, esplicito o implicito, di una meta-struttura del discorso (ad esempio l'introduzione di livelli epistemologici, ontologici, metodologici ed esplicativi) contribuisse o meno a far emergere l'interdisciplinarietà dal discorso più prettamente disciplinare.

Capitolo 1. Overview della Network Science e sue applicazioni nella Science Education

Scopo di questo capitolo è dare una panoramica della Network Science (NS) e di come, attraverso la Network Analysis (NA), la si può utilizzare nell'ambito della Science Education (SE).

Nella prima parte del capitolo si farà una panoramica sull'origine della NS, evidenziando come questa ha influenzato la comunità scientifica, facendo cenno ai numerosi campi di ricerca e di applicazione che fanno uso della NS e, attraverso un'analisi storica delle citazioni fatte a tal riguardo, se ne osserverà lo sviluppo temporale avvenuto a cavallo del XXI secolo.

Nella seconda parte del capitolo, si mostrerà l'utilizzo della NA come metodologia di ricerca nella SE, osservandone alcuni esempi di applicazione, per poi passare ad evidenziare, in particolare, tre filoni di ricerca che si muovono in tale ambito. Il capitolo si concluderà con la presentazione dell'approccio di questo lavoro di tesi all'utilizzo della NA in un contesto di SE.

1.1 I networks nel XXI secolo

Secondo Barabasi (Barabasi, 2016) siamo circondati da sistemi che sono irrimediabilmente intrecciati e connessi fra loro. Consideriamo ad esempio la società che richiede la cooperazione tra miliardi di individui, o le infrastrutture di telecomunicazione che connettono una moltitudine di cellulari con i satelliti. La nostra capacità di ragionare e comprendere il nostro mondo richiede l'attività coerente di moltissimi neuroni nel nostro cervello. La nostra esistenza biologica è radicata in interazioni continue tra migliaia di geni e metaboliti all'interno delle nostre cellule.

Questi sistemi sono chiamati collettivamente "sistemi complessi", per via del fatto che è difficile comprendere il loro comportamento collettivo dalla sola conoscenza dei componenti del sistema.

Dato l'importante ruolo che i sistemi complessi svolgono nella nostra vita quotidiana, nella scienza e nell'economia, la loro comprensione, previsione e infine controllo è una delle principali sfide intellettuali e scientifiche del XXI secolo (Barabasi, 2016).

Il crescente interesse per la NS, durante il primo decennio del XXI secolo, è radicato nella scoperta che la struttura e l'evoluzione delle reti dietro ogni sistema è guidata da un insieme comune di leggi e principi fondamentali, nonostante l'ovvia diversità dei sistemi complessi. Pertanto, nonostante le sorprendenti differenze di forma, dimensioni, natura, età e portata delle reti, la maggior parte di esse è guidata da principi organizzativi comuni (Barabasi, 2016).

1.2 Nascita della Network Science

L'origine dell'utilizzo delle reti viene fatta risalire ad Eulero che nel suo saggio del 1736 presenta una risoluzione matematica dell'enigma dei sette ponti di Königsberg. La città di Königsberg in Prussia (ora Kaliningrad, Russia) era situata su entrambi i lati del fiume Pregel e comprendeva due grandi isole che erano collegate tra di loro e alle due zone continentali della città, da sette ponti. Si voleva escogitare la possibilità di attraversare tutta la città, passando, però, per ognuno di quei ponti una sola volta. Eulero formulò il problema in termini di teoria dei grafi, astraendolo dalla situazione specifica di Königsberg. Egli sostituì ogni area urbana con un punto, ovvero un vertice o nodo e ogni ponte con un segmento di linea, ovvero uno spigolo, arco o collegamento (Giammetti, 2018).



Figura 1.1 - Soluzione topologica dell'enigma dei sette ponti di Königsberg (riportato in Giammetti, 2018)

Un altro evento estremamente importante per l'utilizzo delle reti avvenne nel 1930 ad opera di Jacob Moreno, uno psicologo della Gestalt.

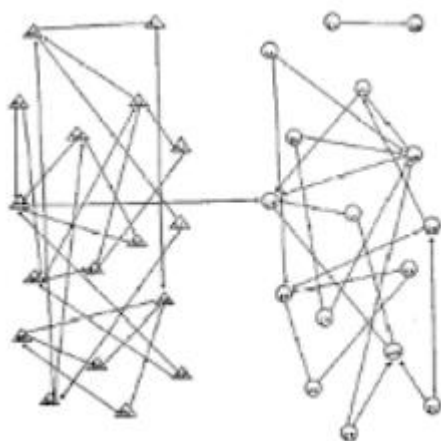


Figura 1.2 – Reti di amicizie tra scolari, (riportato in Newman, 2010)

Moreno sviluppò una rappresentazione di una struttura sociale di un gruppo di studenti di scuola elementare, che chiamò *sociogramma*. In essa, rappresentando i maschi con i triangoli e le ragazze con i cerchi, si osserva che: le ragazze erano tutte amiche tra di loro, così come i ragazzi lo erano a loro volta, tranne per un singolo caso di un ragazzo collegato ad una ragazza (Newman, 2010).

Nel 1932, Moreno utilizzò nuovamente la *sociometria* applicandola alla situazione verificatasi in una scuola per sole ragazze nello stato di New York. Durante l'anno scolastico, ci fu un improvviso incremento

del numero di studentesse che scelsero di abbandonare l'istituto. In un periodo di sole due settimane 14 ragazze erano andate via, un numero 30 volte superiore al normale.

Attraverso l'utilizzo della *sociometria*, Jacob Moreno e la sua collaboratrice Helen Jennings, riuscirono a determinare quali furono i fattori sociali che incrementarono il numero di studentesse che abbandonarono la scuola (Borgatti et al., 2009).

Oltre la sociologia e la matematica ci sono state anche molte altre discipline, come la biochimica e la "brain science" che hanno utilizzato le reti all'interno dei propri domini di conoscenza. Ci si chiede allora, come mai la NS è venuta alla ribalta proprio in questo secolo?

Barabasi (Barabasi, 2016) propone uno studio in cui analizza il numero di citazioni, in funzione degli anni, di due articoli molto importanti:

- L'articolo di Paul Erdős e Alfréd Rényi (1959) che segna l'inizio dello studio delle reti casuali attraverso la teoria dei grafi.
- L'articolo di Mark Granovetter (1973), il più citato nell'ambito della social network.

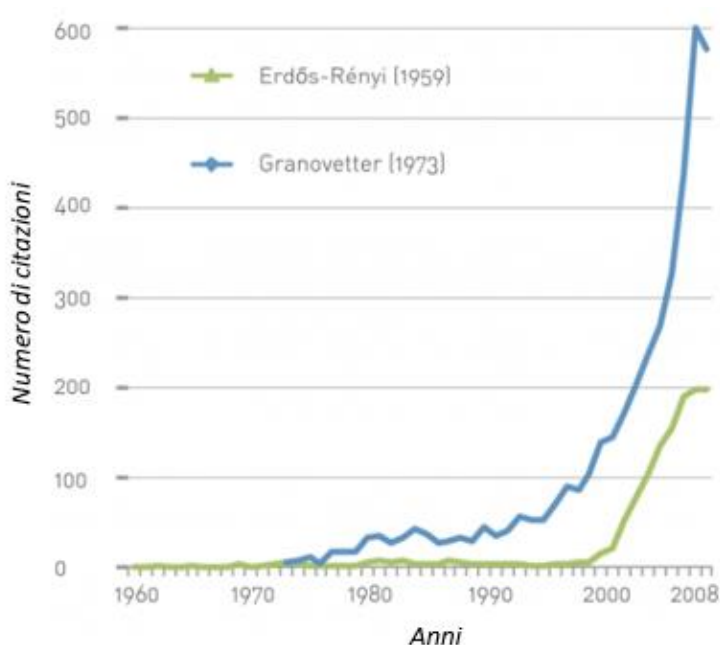


Figura 1.3 – Andamento delle citazioni che hanno ricevuto due articoli nel corso degli anni (riportato in Barabasi, 2016)

Inizialmente, i due articoli erano unicamente citati all'interno del proprio campo scientifico, non avendo altre connessioni al di fuori della loro sfera disciplinare. A cavallo del XXI secolo, le tematiche analizzate hanno, però, iniziato a suscitare interesse anche in altri ambiti. Questa crescente attenzione ha fatto sì che gli articoli ricevessero un numero di citazioni sempre maggiore.

Secondo Barabasi (2016) l'attenzione su questi articoli anche da campi differenti, è stata una conseguenza dell'emergere della NS, che è affiorata

proprio in questo periodo per due motivi ben precisi: disponibilità dei dati e proprietà universali delle reti.

Disponibilità dei dati

Nel passato, non si avevano gli strumenti per poter mappare e descrivere dettagliatamente l'enorme quantità di componenti che interagiscono in un sistema complesso. Oltretutto, era difficile tenere traccia di tutta queste enorme mole di dati. La rivoluzione portata da internet, offrendo nuovi metodi di condivisione e di archiviazione di dati, ha cambiato radicalmente la nostra capacità di raccogliere, analizzare e condividere i dati.

Grazie a questi processi tecnologici, all'inizio del millennio, abbiamo assistito ad un'esplosione del numero di mappe create che, in larga parte, sono nate per rappresentare dati già esistenti in database. Due esempi significativi sono (Barabasi, 2016):

- la costruzione delle prime “biochemical networks”, ottenute dall'elaborazione di tutte quelle reazioni chimiche che avvengono all'interno di una cellula, catalogate ed esaminate in 150 anni di ricerca;
- la costruzione di un unico database comprendente l'elenco degli autori dei numerosi articoli di ricerca, informazioni precedentemente sparse nei sommari di molte riviste; la cui realizzazione, attraverso piattaforme come *Google Scholar* e *Web of Science*, ha consentito la creazione di accurate mappe sulle collaborazioni scientifiche.

Proprietà universali delle reti

I processi con i quali si può costruire una rete differiscono in base al campo di studi che si sta considerando, dalle reti metaboliche, al WWW ed ai social network. Anche se le entità di queste reti sono conseguentemente diverse, in quanto specifiche del loro campo di studi, esse si presentano con una stessa struttura di base. Indifferentemente da cosa stanno rappresentando, le reti sono composte da *nodi* collegati da *link*.

La scoperta chiave, quindi, della NS è che le architetture delle reti, provenienti sia da campi scientifici, sia tecnologici, sia naturalistici, si possano descrivere e caratterizzare con un linguaggio formale comune, quello delle reti. Questo è dovuto al fatto che queste reti sono, in ogni caso, governate da degli stessi principi strutturali. Di conseguenza, per analizzare queste reti si possono utilizzare un insieme comune di strumenti matematici.

Si può quindi dire che l'emergere di questo nuovo campo è stato reso possibile dalla disponibilità dei dati, che ha permesso l'ottenimento di accurate mappe riguardanti le reti associate a diverse discipline. Questa vasta disponibilità ha permesso, di conseguenza, un confronto tra di esse e l'identificazione di proprietà universali, in merito a peculiari caratteristiche delle reti; ed è stata proprio l'emergere di queste proprietà comuni che ha dato le basi a questa nuova disciplina.

1.3 Come la Network Science ha influenzato la comunità scientifica

Si è sottolineato come la NS sia una disciplina strettamente legata alla scienza dei sistemi complessi. Infatti, il suo sviluppo ha fortemente influenzato l'intera comunità scientifica, a partire dal campo dei sistemi complessi fino ad altri ambiti di ricerca. Per osservarne l'impatto nella comunità scientifica è interessante studiare l'andamento temporale dei più citati articoli nel campo dei sistemi complessi (Barabasi, 2016):

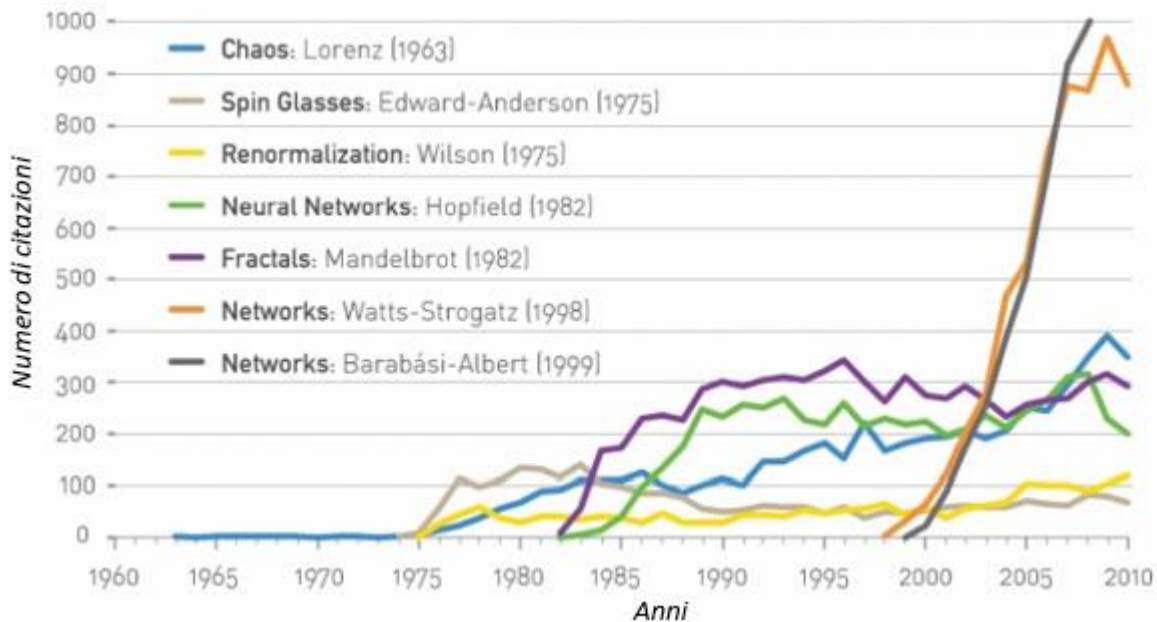


Figura 1.4 – Andamento delle citazioni che più articoli hanno ricevuto nel corso degli anni (riportato in Barabasi, 2016)

Da questa rappresentazione osserviamo come lo studio dei sistemi complessi negli anni 60 e 70 era dominato dagli articoli di E. Lorenz sul “chaos” (1963), da quelli di K. G. Wilson sulla “renormalization group” (1975) e dal lavoro di S.F. Edwards e P.W. Anderson sugli “spin glasses”. Negli anni 80 l’attenzione si è poi spostata sulla “pattern formation”, sia attraverso il libro di B. Mandelbrot sui frattali (1982) e sia con l’articolo sulle “neural networks” di J. Hopfield (1982).

Vi sono stati poi diversi altri articoli che hanno contribuito man mano ad aumentare la comprensione sui sistemi complessi, fino ad arrivare, a cavallo del XXI secolo, agli articoli sia di Watts e Strogatz (1998) sulle “small world networks”, che di Barabasi e Albert (1999) sulla scoperta del “scale-free networks”. Come si evince, la rapida crescita nel numero delle citazioni annuali avuti da quest’ultimi due articoli, risulta essere senza precedenti all’interno del dominio dei sistemi complessi.

Lo studio delle reti non ha però solo influenzato quest’ultimo campo di studio, ma ha portato benefici anche in moltissimi altri ambiti di ricerca,

Come è stato detto all'inizio di questo capitolo, la quantità di citazioni ricevute per articoli in merito alle reti è aumentata drasticamente negli anni a cavallo del XXI secolo. Questo perché la NS è una disciplina estremamente versatile e, quindi, applicabile in molti altri contesti di ricerca.

Oltretutto, l'importanza delle reti non è stata unicamente rilevante nel solo contesto generico dei sistemi complessi, ma anche per le singole discipline. In diversi casi, gli articoli sulle reti sono diventati tra quelli più citati nelle maggior riviste di riferimento. Sia i lavori di Watts e Strongatz che quelli di Barabasi e Albert, per ben dieci anni successivamente alla loro pubblicazione, li troviamo presenti nella classifica dei primi dieci articoli tra quelli più citati in Physical Science. L'articolo di M. Newman, sulla Network Science, quattro anni dopo la sua pubblicazione era diventato l'articolo più citato da ogni rivista pubblicata dalla "Society of Industrial & Applied Mathematics".

L'articolo di Z.N. Oltvai e A.- L. Barabasi sulla Network Biology (2004) è uno dei lavori più citati nella storia delle riviste di genetica.

Nonostante, quindi, la NS sia un campo di studio recente, il suo impatto nella società è ampiamente diffuso.

Alcune delle compagnie più di successo del ventunesimo secolo come Google, Facebook, Twitter, LinkedIn ecc... fondano i loro modelli aziendali e tecnologici sulle reti. Google, infatti, non solo sta portando avanti un'ampia operazione di mappatura della rete, ma la tecnologia che sfrutta è profondamente interconnessa con le peculiari caratteristiche delle reti usate attraverso il Web

Il concetto di rete, oramai, non è soltanto noto ai ricercatori di tale ambito ma è diventato piuttosto popolare. Con la nascita di aziende come Facebook, Twitter e LinkedIn si è sempre più immersi in una rete sociale globale ed attraverso gli algoritmi sviluppati da queste compagnie si è sempre più soggetti a raccomandazioni di amicizia o pubblicità ideate per essere utili all'utente. (Barabasi, 2016; Newman, 2010)

Rimanendo su un contesto di modello aziendale, si è compreso che: mentre la direzione di un'azienda fa molto affidamento sulla catena di comando, è sempre più evidente che le reti informali ci dicono chi comunica realmente con chi, le quali finiscono con l'avere ruoli sempre più importanti nel successo di un'azienda. Attraverso questi studi si cerca, quindi, di identificare chi gioca un ruolo chiave nel collegare i diversi dipartimenti di un'azienda. Questo aiuta la direzione a diagnosticare diversi problemi organizzativi (Wu et al, 2008).

Queste tipologie di reti non sempre vengono utilizzate solo per rispettare il modello di business di queste aziende, ma vi sono diversi altri campi di applicazioni che ne fanno uso.

In ambito della sicurezza nazionale, si sta facendo sempre più uso del concetto di rete per combattere il terrorismo: viene utilizzato per interrompere le reti finanziarie delle organizzazioni terroristiche e per scoprire chi sono le persone che ne fanno parte. Un esempio di ciò è stato quello utilizzato per rintracciare Saddam Hussein (Wilson, 2010).

Un riferimento sempre allo studio delle connessioni tra persone è dato, per esempio, attraverso lo studio delle epidemie. Oggi, grazie all'utilizzo delle reti, si è riusciti ad aumentare il livello di predicibilità nella diffusione di un'influenza. Infatti, con lo studio della pandemia H1N1 si è riusciti a prevederne il percorso e l'evoluzione temporale mesi prima che potesse raggiungere il picco (Balcan et al., 2009).

Nel dominio della NS non ricadono solo gli studi che hanno come soggetti gli individui, ma anche quelli di componenti di tipo biologico. Infatti, tra i nuovi ambiti di ricerca che si stanno sempre più sviluppando troviamo la (Newman, 2010):

- *Biochemical networks*, in cui si vuole studiare come i geni, le proteine, i metaboliti ed altri componenti cellulari interagiscono tra loro.
- *Neural networks*, in cui viene studiato il cervello ed in particolare il sistema nervoso centrale attraverso la modellizzazione in rete delle interazioni che si hanno tra i neuroni.

1.4 La NA e la sua applicazione nel campo della Science Education

La NA è un ramo della NS che si occupa dello studio delle reti complesse adottando teorie e metodi tipici di diversi ambiti di ricerca (Giammetti, 2018). Come è stato detto nei paragrafi 1.2 ed 1.3 la NS è una disciplina nata a cavallo del XXI secolo, conseguentemente le sue applicazioni in diversi settori sono piuttosto recenti. Un esempio è l'utilizzo della NA come metodologia di ricerca nella SE, che ha visto il fiorire di diversi filoni di studio proprio grazie all'utilizzo sempre più presente delle reti complesse, avvenuto nell'ultimo ventennio (Koponen e Mantyla, 2020).

Nel campo della SE, questa metodologia è stata fino ad ora utilizzata con scopi molti variegati, come ad esempio analizzare come gli studenti comprendono concetti scientifici e sistemi concettuali (Stella et al., 2019; Koponen et al., 2018; Vukic et al., 2020), oppure come gli insegnanti vedono le relazioni tra la conoscenza disciplinare e gli aspetti pedagogici (Koponen et al., 2019), o ancora come gli studenti concepiscono la storia della scienza (Lommi et al., 2019; Alcantara et al., 2020) o le scienze naturali (Peters-Burton et al., 2019). La NA è stata anche utilizzata per studiare come la dinamica sociale influenza le situazioni di apprendimento (Dou et al., 2016; Bruun et al., 2019), per vedere come le reti possono essere utilizzate ai fini valutativi (Tyumeneva et al., 2017), per mappare elementi

epistemici costruiti in un contesto di apprendimento (Bodin, 2012) o le interazioni tra studenti (Jensen, 2015). Va anche specificato che la NA, rappresenterebbe una metodologia di analisi prettamente quantitativa ma viene anche utilizzata insieme ad altre tecniche di analisi qualitativa dando luogo ad una metodologia mista (Lindahl et al, 2016).

Secondo Brewe (Brewe, 2018), tra gli approcci alla base dell'utilizzo della NA nella SE ve ne sono due in particolare, che analizzano la rete attraverso due livelli di analisi differenti: quello che studia gli elementi individuali della rete, quali i nodi o i link e quello che studia la rete nel suo complesso (Brewe, 2018).

Nel livello in cui si studiano i nodi, si tende ad analizzare la posizione di quest'ultimi all'interno della rete con l'obiettivo di caratterizzarli, infatti il prodotto è spesso una lista che classifica i nodi in base alla loro importanza, fra cui ad esempio la loro *centralità* (Wasserman e Faust, 1994). In questo livello di analisi esistono differenti tipologie di misure, che hanno il compito di far emergere differenti aspetti della *centralità*. Si osserva, infatti, come Brewe, Kramer e Sawtelle (2012) sostengono che gli attributi individuali, quali genere ed etnia, contribuiscono all'importanza che ha un determinato studente all'interno della rete, come ad esempio la sua *centralità*. Differentemente da come quest'ultimi hanno usato la *centralità*, Bruun e Brewe (2013) propongono uno studio nel quale è la conoscenza stessa della *centralità* che porta a poter prevedere determinati fenomeni educativi.

Nel livello in cui si studia l'intera rete, i prodotti hanno lo scopo di caratterizzare la struttura della stessa, come la sua grandezza (Faust, 2006), o la sua predicibilità (Sneppen, Trusina e Rosvall, 2005). In tale analisi la rete è vista come un unico oggetto o come una suddivisione di tali, detti *cluster* o *moduli* (Brewe, 2018). Quest'ultimi vengono studiati attraverso la *community detection*. Essa è un ampio campo di ricerca che ha lo scopo di trovare particolari gruppi di nodi, i quali vengono raggruppati in base a come sono collegati tra di loro. Questo avviene, in genere, attraverso degli algoritmi che ottimizzano una "quality function" (Reichardt e Bornholdt, 2006; Fortunato, 2010).

Bodin (2012), in uno studio sulla risoluzione dei problemi di fisica computazionale, ha utilizzato l'algoritmo *Infomap* (Rosvall e Bergstrom, 2008) per visualizzare una mappa dei modelli strutturali inerenti ai ragionamenti di studenti prima e dopo un intervento educativo. Questa operazione era stata preceduta dalla codifica dei dati trascritti attraverso un processo iterativo di tipo qualitativo in termini di quelli che chiamò "elementi epistemici", espressioni che esprimono convinzioni, conoscenze o risorse usate nella situazione di apprendimento.

Un filone di ricerca relativamente recente, legato all'uso della NA nella SE, riguarda l'analisi delle reti create da trascrizioni a cui vengono applicate delle tecniche di *text mining*. Queste tecniche

consentono di ricavare informazioni utili attraverso diversi tipi di operazioni eseguite sul testo originale analizzato. Un esempio è lo studio condotto da Bruun (2012) che ha usato la NA su degli elaborati studenteschi, usando una tecnica di text mining pre-processing (Feldman e Sanger, 2007), da cui ha poi creato delle reti linguistiche (Masucci e Rodgers, 2006) basate sulla vicinanza delle parole.

La tecnica del text mining, applicata a discorsi in ambito didattico, è stata generalmente usata con un approccio “bag of words” in cui ciò che viene estratto dalle trascrizioni è un insieme di parole disordinate (Bruun, Lindahl e Linder, 2019). Quest’approccio è stato utilizzato da Sherin (2013) e dimostra che, sebbene possa fornire informazioni sui diversi tipi di conoscenza espresse dai singoli studenti, non può fornire informazioni né sulla struttura interna di ciascun cluster né sulle relazioni che si hanno tra quest’ultimi. Tuttavia, è emerso recentemente un tipo di metodologia che invece propone di allontanarsi dall’approccio “bag of words” attraverso la creazione di un metodo “order of words” (Aggarwal e Zhao, 2013). Aggarwal e Zhao (2013) fanno notare che trattando un testo con l’approccio “bag of words” si avrà una rimozione di informazioni, in quanto non si tiene conto dell’ordine delle parole che in esso si susseguono, cosa che non accadrebbe con l’approccio “order of words”.

Un altro filone di ricerca è legato all’emergere sempre più crescente di nuovi modi per combinare la NA con diversi tipi di analisi (Kelmark Andersen, 2017).

Kelmark Andersen (2017) fa riferimento a quelle che Creswell e Clark (2007) definirono come *metodologie miste*: l’integrazione di diversi risultati ottenuti combinando metodi quantitativi e qualitativi.

In questo contesto, Xiao e Witherspoon (2015) hanno sviluppato un approccio iterativo con metodologia mista per analizzare le decisioni che vengono prese in un gruppo, a seguito di discussioni che si evolvono nel tempo ed in funzione degli argomenti trattati. Come quest’ultimi, anche Lindahl, Bruun e Linder (2016) hanno utilizzato un approccio simile combinando analisi di discorsi tematici con analisi di rete, al fine di trovare un nuovo modo per analizzare discorsi tra studenti.

Da questa rassegna si è visto come l’utilizzo di tecniche di NA nella SE possa essere molto variegato, nonostante l’utilizzo della NA all’interno della SE si sia sviluppata relativamente da poco. Tutto ciò, ci permette, quindi, di comprendere anche come questo sia un campo ancora da esplorare a fondo e sul quale la ricerca potrà ancora lavorare per tempo.

In questa tesi si è scelto di utilizzare la NA come tecnica di analisi dati, in particolare all'interno di una metodologia mista, per indagare l'emergere della interdisciplinarietà tra matematica e fisica. Ciò è stato possibile attraverso l'analisi di alcune lezioni, tenute all'interno di un corso, che vertevano sugli aspetti storici ed epistemologici della parabola, al fine di presentare strumenti interdisciplinari per l'analisi e la comprensione di testi scientifici.

Capitolo 2. L'interdisciplinarietà tra matematica e fisica e il contesto di analisi studiato

In questo capitolo verrà presentato il tema dell'interdisciplinarietà tra matematica e fisica, che rappresenta l'argomento a cui è stato applicato lo strumento della NA. Inizialmente, verrà introdotto il tema della ricerca sulla interdisciplinarietà nel campo della SE e successivamente verranno trattati gli argomenti da cui trae ispirazione questa tesi e dove essa si inquadra, argomenti che trovano fondamento nell'approccio del gruppo di ricerca di Science Education dell'Università di Copenhagen (<https://www.ind.ku.dk/english/research/>) e di Didattica e Storia della Fisica dell'Università di Bologna, guidato dalla Prof.ssa Olivia Levrini (<https://fisica-astronomia.unibo.it/it/ricerca/ambiti-di-ricerca/didattica-e-storia-della-fisica>).

In particolare, rispetto all'approccio del gruppo di ricerca di Bologna, verrà presentato il progetto Erasmus + IDENTITIES in cui si sono già collocate le tesi di laurea triennale di Niccolò Quadrelli (2020) e magistrale di Alessandro Gombi (2020), i cui risultati serviranno per fare alcune importanti considerazioni in seguito all'interpretazione dei risultati ottenuti in questa tesi. Infine, il capitolo si concluderà con la presentazione del corso di formazione per insegnanti, con la descrizione dei contenuti della lezione sul tema della parabola da cui sono stati raccolti i dati che sono stati analizzati in questa tesi.

2.1. L'interdisciplinarietà nella ricerca in Science Education

Il tema dell'interdisciplinarietà legato all'insegnamento/apprendimento nei campi STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) è un tema sempre più attuale e ampiamente discusso a livello di ricerca (Branchetti, Cattabriga, Levrini, 2019; Broggy, O'reilly, Erduran, 2017; Karam, 2015). Le grandi sfide sociali della società contemporanea che la giovane generazione deve affrontare richiedono, non solo a livello di ricerca ma anche a livello educativo, la necessità di affrontare temi STEM che hanno uno specifico carattere interdisciplinare. Temi come l'intelligenza artificiale, le nanotecnologie e la climatologia richiedono infatti l'acquisizione di conoscenze e abilità interdisciplinari che l'attuale insegnamento delle scienze e della matematica, organizzato in discipline, non è in grado di sviluppare (Broggy, O'reilly, Erduran, 2017).

L'interdisciplinarietà non è solo importante per affrontare gli emergenti temi STEM dal carattere intrinsecamente interdisciplinare. Infatti, ricerche importanti nel campo della didattica della matematica e delle scienze, suggeriscono che anche all'interno dei curricula tradizionali, vi sono temi che per essere compresi e interpretati nella loro essenza, richiedono di essere affrontati attraverso un

approccio interdisciplinare (Karam, 2015; Kalmark Andersen, 2017). Nello specifico questo riguarda l'interazione tra matematica e fisica, così espresso da Tzanakis: “A tutti i livelli di istruzione, insegnamento e apprendimento la matematica è solitamente tenuta separata dalla fisica, e viceversa, corrispondente a una distinzione tra le due scienze a livello di ricerca (Tzanakis 2000; 2016). Ciò si riflette nella didattica della fisica dove la matematica è semplicemente uno strumento per descrivere e calcolare, mentre, nella didattica della matematica la fisica è solo un possibile contesto per applicare la matematica precedentemente concepita in modo astratto (Tzanakis & Thomaidis 2000)”.

Tale problema è stato anche più recentemente ripreso da Karam nell'introduzione al numero speciale della rivista “Science & Education”, dove, parlando dell'interdisciplinarità, ha voluto riportare l'argomento all'attenzione della comunità: *“nell'insegnamento della fisica, è usuale che la matematica venga vista come un semplice strumento per descrivere e calcolare, mentre nell'insegnamento della matematica, la fisica è comunemente vista come un possibile contesto per l'applicazione di concetti matematici precedentemente definiti astrattamente.”* (Karam, 2015).

Questa dicotomia fra matematica e fisica crea problemi di apprendimento significativi per gli studenti, in quanto essi hanno difficoltà a capire da dove vengono i concetti matematici e perché la fisica ha poco a che fare con il loro mondo esperienziale (Karam, 2015).

Per affrontare questo problema, secondo Tzanakis: *“La matematica e la fisica dovrebbero essere concepite (quindi insegnate e apprese) sia come il risultato di traguardi intellettuali sia come le procedure che portano a questi risultati. La conoscenza acquisita nel loro contesto ha un carattere evolutivo; per sua stessa natura, la storicità è una caratteristica profondamente radicata”* (Tzanakis, 2016).

Potremmo dire che pensare alla matematica come puro strumento fisico è abbastanza riduttivo. Se analizzata nel dettaglio, essa ha anche una funzione comunicativa, che agisce come un linguaggio, e una funzione strutturale, fornendo un modo di ragionare logico deduttivo (Uhden et al, 2011).

Esempi del ruolo della matematica nella fisica sono presentati in articoli del numero speciale sulla rivista “Science & Education” (2015). Per Karam, la relazione intricata e fruttuosa tra fisica e matematica può emergere da un processo storico e l'analisi di questi stessi casi storici spesso amplia la nostra comprensione di questa interazione (Karam, 2015). Secondo Brush, la matematica è un istigatore di rivoluzioni scientifiche, infatti, attraverso l'analisi di diversi casi storici, Brush porta all'attenzione un modello comune: *“teorie semplici ed eleganti formulate matematicamente di solito contraddicono gli attuali principi fisici accettati, ma a causa della loro praticità e successo empirico, inducono gradualmente una revisione del principio fisico contraddittorio sostituendolo con uno coerente per la teoria matematica”* (Brush, 2015; Karam, 2015). Kragh, invece, sottolinea il potere creativo delle analogie formali in fisica, dimostrando che la matematica fornisce strutture formali che

ci permettono di ragionare su nuovi fenomeni, a partire da quelli conosciuti (Kragh, 2015). Oltretutto, Kragh sottolinea che l'interazione storica tra fisica e matematica è multiforme e che gli insegnanti dovrebbero discutere esplicitamente questa complessità con i loro studenti (Kragh, 2015; Karam, 2015).

Sia le complesse sfide della società contemporanea poste dalla nascita dei temi STEM, sia l'analisi di problemi più legati nell'affrontare temi tradizionali, che fanno parte dell'evoluzione della nascita di concetti intrinsecamente legati all'intreccio tra matematica e fisica, richiedono di generare innovazione e nuova conoscenza nell'interazione fra ambiti e discipline che si avvicinano ai problemi con modi e punti di vista diversi. Per interpretare questi problemi, è necessario sempre di più che i confini tra le discipline siano attraversabili e, per fare ciò, è necessario andare al cuore delle stesse e recuperarne il senso della loro natura flessibile ed evolutiva (Levrini, Branchetti, Cattabriga, Moruzzi, Viale, 2019).

Quando si parla di interdisciplinarietà è importante cercare di capirne il significato (Quadrelli, 2020; Branchetti, Fantini & Levrini, 2019). Per fare ciò è necessario analizzare la parola sotto diversi aspetti: capire l'etimologia, definire il significato della parola disciplina, confrontare i significati che assume la parola *disciplinarietà* quando è preceduta da prefissi diversi.

L'etimologia del termine Interdisciplinarietà deriva dalla composizione della parola disciplina, legata al prefisso "inter", derivante dal latino *inter-*, che assume il significato della proposizione "tra". Disciplina viene dal latino *discĕre* che significa imparare, apprendere. Per estensione può anche significare conoscenza e scienza, conoscenza sia in senso lato ma anche che può essere tramandata per insegnamento. La disciplina può quindi anche essere considerata un bagaglio di conoscenze da tramandare. Con essa si fa quindi riferimento ad una particolare forma di organizzazione della conoscenza che deve essere poi trasmessa (Quadrelli, 2020).

La parola disciplina può essere preceduta da diversi prefissi, i quali le conferiscono diversi significati, oltre che stabilire diversi tipi di relazioni fra le discipline. Fra questi troviamo (Quadrelli, 2020; Gombi, 2020):

- *Transdisciplinarietà*, che si riferisce a qualcosa che va al di là della struttura delle discipline, ma che non implica un confronto ed uno scambio tra le parti;
- *Multidisciplinarietà*, che rappresenta la giustapposizione di diversi saperi ma non implica reciprocità;
- *Interdisciplinarietà*, che conduce ad uno scambio reciproco tra le discipline trattate, le quali mantengono la propria struttura ma hanno anche la possibilità di fondersi per dar vita ad una nuova disciplina.

Mentre è abbastanza semplice cogliere il significato di transdisciplinarità, la distinzione fra multidisciplinarità e interdisciplinarità può essere invece più sottile e si possono trovare diverse posizioni a riguardo. Ad esempio, per Branchetti e colleghi “*parliamo di interdisciplinarità quando le discipline si integrano a vicenda, interagiscono, e si fondono; parliamo di multidisciplinarità quando le discipline sono giustapposte, sequenziali e coordinate*” (Branchetti, Cattabriga, & Levrini, 2019). Per Broggy e colleghi, invece, si parla di multidisciplinarità quando discipline diverse contribuiscono autonomamente allo studio di un tema, mantenendo un’identità separata; mentre si parla di interdisciplinarità, quando vengono identificati concetti comuni a più discipline per affrontare un tema (Broggy, O’reilly, Erduran, 2017).

Possiamo quindi dire che gli elementi di base di una disciplina, ovvero informazioni, metodi e strumenti, teorie e concetti, persistono e si integrano con le componenti strutturali di un'altra disciplina. Non sono giustapposte, come per l'approccio multidisciplinare, e non si trasformano in qualcosa di nuovo, come nella transdisciplinarità. (Gombi, 2020).

La conoscenza disciplinare fornisce agli studenti significative forme di ragionamento e contribuisce alla formazione di capacità argomentative ed epistemiche. In questo modo si possono affrontare con consapevolezza contesti interdisciplinari dove le idee nascono, si confrontano e si evolvono.

Quest’ultimo tipo di conoscenza è diverso da quello disciplinare, non è ancora strutturato o stratificato. È raccolto dalla reciproca e costante interazione tra discipline, che indagano un problema specifico con diversi obiettivi, accendendo discussioni fruttuose e stimolando reciprocamente innovazioni. (Gombi, 2020)

Le discipline per cui facciamo quest’analisi interdisciplinare, in tale lavoro, sono la matematica e la fisica.

2.2. L’interdisciplinarità nel gruppo di ricerca in Science Education dell’Università di Copenaghen

Questo lavoro di tesi trae ispirazione, da un punto di vista metodologico, dagli studi sull’interdisciplinarità del gruppo di ricerca in Science Education dell’università di Copenaghen. In particolare, si è preso come riferimento la tesi di laurea magistrale di Ida Viola Kelmark Andersen (Kelmark Andersen, 2020), supervisionata dal prof. Jesper Bruun, dal titolo “*Interdisciplinarity in the Basic Science Course: A study of how network analysis can be used in Science Education*”. L’obiettivo di questa tesi è stato quello di vedere se ci fosse interdisciplinarità nel Basic Science Course (BSC), cioè i corsi di scienze di base al livello secondario superiore, andando ad esaminare i tre diversi curricula che li caratterizzano:

- *Intended*, che esprime lo scopo e gli obiettivi che un programma scolastico dovrebbe avere;
- *Realized*, che si riferisce alle competenze che gli studenti apprendono;
- *Implemented*, che è inerente a ciò che viene effettivamente insegnato dal docente.

Nel lavoro danese l'interdisciplinarità è stata usata facendo riferimento a ciò che i ricercatori del Danish educational research (DER) intendono quando si parla di interazione disciplinare (*disciplinary interplay*), ossia un termine che sottintende l'interconnessione tra due discipline. Si vuole, quindi, evidenziare che ci sono diversi modi in cui le discipline possono collaborare e con diversi gradi di interdisciplinarità.

Partendo dal termine *disciplinarity*, che Jantsch (Jantsch, 1972) intende come una scienza isolata, si può, aumentando la cooperazione e il coordinamento tra le discipline, passare attraverso questi vari gradi. Se, in questo contesto, vengono meno sia la cooperazione che il coordinamento allora si parlerà di Multidisciplinarity.

Essa è caratterizzata da una varietà di discipline che sono usate contemporaneamente ma senza stabilire una relazione esplicita tra di loro, infatti nessuno dei soggetti cerca di cooperare o stabilire relazioni esplicite tra loro. Con l'aumentare della cooperazione e del coordinamento si giunge a definire i quattro gradi di interdisciplinarità:

1. La *Crossdisciplinarity*, che si caratterizza per avere una disciplina principale, la quale fornisce il problema e le domande a cui rispondere durante l'intero corso. Queste domande richiedono un aiuto tecnico da parte di un'altra disciplina (Dolin, 2013a).
2. La *Pluridisciplinarity*, è descritta da Jantsch come cooperazione senza coordinamento (Jantsch, 1972). In un contesto danese, Dolin (Dolin, 2013) la descrive come cooperazione tra due discipline su un argomento comune, dove però ogni disciplina ha le proprie domande a cui rispondere. Caratteristica di questo grado di interdisciplinarità, applicata ad un contesto danese, è che gli insegnanti si incontrano solo all'inizio e alla fine del corso (Hobel, 2013). Questo è forse uno dei motivi per cui è più facile fare questo tipo di corsi o progetti poiché c'è meno coordinamento e pianificazione tra gli insegnanti (Klausen, 2011).
3. L'*Interdisciplinarity*, secondo Jantsch, la si ha quando le discipline coinvolte si strutturano per essere considerate come un tutt'uno, coordinate da un concetto comune. Per Klausen (Klausen, 2011) il problema in un corso interdisciplinare non può essere risolto da una sola disciplina, ma da una cooperazione di esse. Dolin descrive l'interdisciplinarità come cooperazione su di un problema congiunto tra le discipline, in cui quest'ultime sono subordinate al problema in comune.
4. La *Transdisciplinarity*, a differenza della accezione data nel precedente paragrafo, è secondo Jantsch, il più alto grado di interdisciplinarità, dove tutte le discipline in gioco sono coordinate

verso uno scopo comune e devono quindi cooperare. Vi è un problema specifico al centro di questa cooperazione ed esso regola i contenuti e i metodi di insegnamento utilizzati. Questo grado di interdisciplinarietà a volte può spingere all'autocomprensione delle discipline e persino portare due o più discipline a fondersi in discipline completamente nuove (Dolin, 2013).

Questi quattro gradi di interazione fra le discipline possono essere tutti rappresentati nei diversi corsi o progetti interdisciplinari nella USS danese ma, come sostiene Dolin (Dolin 2013), non sempre ci potranno essere solo vantaggi. Bisogna quindi prestare attenzione all'uso dell'interdisciplinarietà all'interno del contesto educativo ed in particolare a quale dei suoi diversi gradi è possibile utilizzare in base alla situazione che si ha davanti.

In tale contesto, nella tesi danese, ci si è chiesto se si possono trovare tutti questi gradi di interdisciplinarietà nei diversi corsi della BSC e come fosse possibile identificarli. Nel cercare di rispondere a queste domande, il gruppo di ricerca danese ha indentificato nella NA una metodologia che potesse essere in grado di analizzare i tre diversi curricula e di far emergere i diversi livelli di interazione fra le discipline senza perdere la complessità del loro intreccio.

2.3. L'approccio del gruppo di ricerca in didattica e storia della fisica dell'Università di Bologna e il progetto IDENTITIES.

La presente tesi è inquadrata nei lavori di ricerca sul tema dell'interdisciplinarietà condotti dal gruppo di Didattica e Storia della Fisica dell'Università di Bologna (Branchetti, Cattabriga & Levrini, 2019; Branchett, Fantini & Levrini, 2019; Levrini, Branchetti, Cattabriga, Moruzzi & Viale, 2020; Gombi, 2020; Leban, 2020; Quadrelli, 2020), ed in particolare si colloca in un contesto di sperimentazione organizzato nell'ambito del progetto Erasmus + IDENTITIES (*Integrate Discipline to Elaborate Novel Teaching approaches to InTerdisciplinarity and Innovate pre-service teacher Education for STEM challenges*; 2019-2022; <https://identitiesproject.eu/>), coordinato dalla prof.ssa Olivia Levrini del Dipartimento di Fisica e Astronomia "Augusto Righi", con partnership le Università di Barcellona, Creta, Montpellier e Parma.

IDENTITIES è iniziato a settembre 2019 con lo scopo di progettare nuovi approcci didattici sull'interdisciplinarietà nella scienza e nella matematica, per innovare la formazione degli insegnanti nell'affrontare le sfide contemporanee, in particolare mira a progettare e testare moduli didattici sia su argomenti curriculari che su argomenti avanzati STEM.

In un mondo in cui si discute sempre di più dei problemi derivanti da una iper-specializzazione della formazione, il progetto IDENTITIES si pone come domanda di ricerca quale approccio

interdisciplinare all'insegnamento della matematica, fisica e informatica possa guidare studenti e insegnanti nello sviluppare competenze di comprensione di una realtà sempre più complessa. Esso si pone come principale obiettivo l'elaborazione di un modello di insegnamento interdisciplinare in ambito STEM.

Il modello di interdisciplinarità è pensato nell'elaborazione di moduli di diversa natura, che affrontano cioè:

- argomenti STEM avanzati, intrinsecamente interdisciplinari (es. cambiamento climatico, intelligenza artificiale, applicazioni quantistiche), il cui insegnamento richiede il supporto da parte di nuovi materiali didattici;
- temi curriculari interdisciplinari riguardanti problemi di confine, che hanno come obiettivo quello di rendere le discipline più coinvolte, pertinenti e significative.

Per tali argomenti e temi, attraverso questo progetto, vi è la scelta di analizzare l'interdisciplinarità mettendo a confronto quest'ultimi per analizzarne i linguaggi diversi e comuni.

L'aspetto più innovativo del progetto riguarda l'idea di utilizzare, nei moduli, “*attivatori epistemologici e linguistici*”, cioè concetti o temi epistemologici e linguistici in grado di attivare un meta-livello di analisi da cui le discipline possono essere osservate, confrontate e intrecciate, spostando avanti e indietro i dettagli e il quadro generale (Branchett, Fantini & Levrini, 2019; Levrini, Branchetti, Cattabriga, Moruzzi & Viale, 2020; Gombi, 2020).

2.4. Il contesto del PLS

Come attività pilota del progetto IDENTITES, nel periodo novembre-dicembre 2019 è stato organizzato un corso di formazione per docenti in servizio di scuola secondaria di secondo grado sul tema dell'interdisciplinarità tra matematica e fisica, dal titolo: “*Strumenti di analisi e comprensione del testo scientifico per l'interdisciplinarità: un confronto tra fonti e manuali su temi di fisica e matematica*”. Il corso è stato organizzato nell'ambito delle attività PLS (Piano Lauree Scientifiche) del gruppo di ricerca in *Didattica della Fisica del Dipartimento di Fisica e Astronomia* di Bologna e delle attività Piano orientamento Tutorato POT degli studi umanistici, in collaborazione con il Dipartimento di Matematica (Alessia Cattabriga), il Dipartimento di Filologia Classica e Italianistica (Matteo Viale) e il Dipartimento di Filosofia e Comunicazione (Sebastiano Moruzzi e Carlotta Capuccino) e con la collaborazione di docenti esterni (Laura Branchetti, Università di Parma; Paola Fantini, Liceo A. Einstein Rimini; Veronica Bagaglini, Università di Pisa).

Complessivamente il corso si è articolato in tre incontri e un workshop conclusivo, svolti nel periodo novembre-dicembre 2019 a Bologna, della durata di quattro ore ciascuno. Esso era rivolto principalmente ad insegnanti di matematica e fisica delle scuole superiori, ma era aperto anche a docenti di lettere e filosofia. Lo scopo principale è stato quello di presentare strumenti interdisciplinari per l'analisi e la comprensione dei testi scientifici.

Nel corso è stato approfondito e discusso il tema cruciale dell'interdisciplinarietà tra matematica e fisica, a partire dal caso specifico della parabola e del moto parabolico.

Per gli incontri sono stati selezionati testi di diversa natura riguardanti l'argomento. Al fine di fare emergere l'interdisciplinarietà, tali testi sono stati analizzati con strumenti provenienti dalle discipline della fisica e della matematica, ma anche attraverso le lenti della linguistica e dell'epistemologia.

In particolare, durante il primo incontro, l'oggetto parabola è stato analizzato da un punto di vista storico, sia nel suo sviluppo matematico che fisico, con l'ausilio di estratti dalle opere originali di Apollonio di Perga, Johannes Kepler (Keplero), Guidobaldo Del Monte e Galileo Galilei.

Le analisi disciplinari del tema fatte nel primo incontro, incentrate principalmente sugli aspetti storici ed epistemologici della parabola, sono state tenute dalle prof.sse L. Branchetti, A. Cattabriga e P. Fantini. Il secondo e il terzo incontro sono stati rispettivamente dedicati alla presentazione degli strumenti linguistici per l'analisi dei testi, esposti da V. Bagaglini e dal prof. M. Viale, e degli strumenti epistemologici per l'analisi argomentativa dei testi, trattati dal prof. S. Moruzzi. Il workshop finale è stato pensato per essere un ampio dibattito tra i partecipanti sui possibili contributi e implementazioni delle analisi proposte.

Durante gli incontri e nel workshop, i docenti sono stati coinvolti in prima persona nell'analisi dei testi. In particolare, nell'incontro finale si è dedicato tempo ad un dibattito più ampio sul contributo che le riflessioni e le analisi proposte potevano dare alla didattica di classe. Il dibattito, partito da una riflessione sui materiali didattici e gli obiettivi puntuali dell'insegnamento delle due discipline, si è poi ampliato, rivolgendosi alla dialettica tra necessità di lavorare sull'interdisciplinarietà tra matematica e fisica e le opportunità che essa può offrire, al di là del tema specifico, per promuovere una visione storico-culturale delle discipline ma anche competenze trasversali (Levrini, Branchetti, Cattabriga, Moruzzi, Viale, 2019).

Questa tesi si pone l'obiettivo di analizzare le lezioni sulla parabola e il moto parabolico tenute dalle prof.sse Branchetti, Cattabriga e Fantini¹.

¹ **Laura Branchetti**, laureata in Matematica e Ph.D. in Didattica della Matematica, è ricercatrice a tempo determinato presso il Dipartimento di Scienze Matematiche, Fisiche e informatiche dell'Università di Parma e docente di Didattica della matematica e Matematiche complementari presso lo stesso Dipartimento. Inoltre, è docente di ruolo di Matematica

Il paragrafo seguente riporta una descrizione dettagliata di come l'argomento della parabola è stato trattato nella prima lezione.

2.5. Le lezioni sulla parabola

Nel primo incontro, partendo dai testi di Guidobaldo Del Monte e Galileo, è stato fatto un approfondimento disciplinare sia della fisica che della matematica coinvolte, indagandole a diversi livelli e studiando i legami e le implicazioni epistemologiche di tali connessioni strutturali.

La matematica coinvolta viene vista attraverso varie sfaccettature. Si è richiamato l'approccio greco allo studio delle sezioni coniche, attraverso l'opera di Apollonio, basato sulla dimostrazione rigorosa di stampo Euclideo, ma anche un approccio pre-Cartesiano alla rappresentazione grafica del moto, la modellizzazione e il problema chiave delle costruzioni in matematica (Levrini, Branchetti, Cattabriga, Moruzzi, Viale, 2019).

Le prof.sse Branchetti e Cattabriga, dopo un'introduzione al corso da parte della prof.ssa Levrini, hanno introdotto la parabola contestualizzandola storicamente nella matematica da Euclide a Keplero, mostrando il ruolo della fisica nell'evoluzione della concettualizzazione delle coniche in matematica. A seguire, la prof.ssa Fantini si è focalizzata sul ruolo della parabola nel dibattito tra Guidobaldo e Galileo per mostrare come la matematizzazione, e nello specifico lo studio delle coniche in matematica, abbia portato a porre le fondamenta della fisica come disciplina (Quadrelli, 2019).

e Fisica nella scuola secondaria di secondo grado e tiene corsi di formazione per docenti in formazione e in servizio. Collabora con il Gruppo di ricerca in Didattica e Storia della fisica dell'Università di Bologna.

Alessia Cattabriga, laureata in Matematica e Ph.D in Matematica, è professore associato presso il dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna e titolare degli insegnamenti di Didattica della matematica, Geometria e algebra e Istituzioni di matematica. Svolge attività di ricerca sia nell'ambito della didattica della matematica, collaborando con il Gruppo di ricerca Didattica e Storia della fisica dell'Università di Bologna. che nell'ambito della topologia di bassa dimensione (in particolare si occupa di teoria dei nodi e varietà tridimensionali). È abilitata all'insegnamento nelle classi di Matematica e Fisica e di Matematica e Scienze per scuola secondaria. Tiene corsi di formazione per docenti in formazione e in servizio.

Paola Fantini, laureata in Fisica e Ph.D. in Antropologia e Epistemologia della Complessità, è docente in pensione di Matematica e Fisica nella scuola secondaria di secondo grado. Collabora con il Gruppo di ricerca in Didattica e Storia della Fisica dell'Università di Bologna.

2.5.1. La parabola dal punto di vista matematico (relatrici: prof.sse Branchetti e Cattabriga)

Nell'intervento tenuto dalle prof.sse L. Branchetti e A. Cattabriga è stato sottolineato, da L. Branchetti, come dall'etimologia del termine "parabola" si evince che derivi dal greco antico *parabolé*, discendente di *parabállō*, che significa "affiancare, mettere in parallelo". Questa definizione può essere interpretata in prospettiva geometrica, considerando la parabola come la sezione conica ottenuta dall'intersezione di un cono con un piano parallelo passante per la direttrice. Questo modo di costruire la figura rimanda ad uno dei lavori più influenti sull'argomento: *Coniche* di Apollonio da Perga (262 a.C. - 190 a.C.), che può essere visto come la generalizzazione dei risultati ottenuti da Euclide nell'XI libro dei suoi *Elementi*. L'approccio peculiare avuto con le Coniche ha diverse caratteristiche innovative, come la diversa costruzione del cono (che ora diventa un doppio cono, con base circolare) e come, a differenza di Euclide, Apollonio descrive le coniche prendendo diverse sezioni di uno stesso cono.

Seguendo la struttura argomentativa degli *Elementi* di Euclide, Apollonio inizia le sue Coniche con due serie di definizioni, usandole per dimostrare la numerosa serie di proposizioni successive. Ad esempio, nel primo libro, vengono definiti oggetti geometrici, come il cono o la sezione conica. Dopo di ciò, seguono sessanta proposizioni e vari corollari. Queste proposizioni riguardano le diverse curve che sono generate da un piano secante al cono (vale a dire, la parabola, l'iperbole, l'ellisse e la circonferenza), spiegandone le proprietà e spesso facendo uso di figure per dimostrare le dichiarazioni fatte.

Questo tipo di costruzione rigorosa e organica della dissertazione è stata un importante lascito che proviene dall'antica geometria greca, cruciale per lo sviluppo storico e l'espansione del corpo di conoscenza sia matematico che fisico.

Durante la lezione è stato più volte messo in evidenza, in particolare dalla prof.ssa Cattabriga, l'importanza dello studio delle coniche attraverso la loro costruzione con macchine matematiche.

Le sezioni coniche possono essere generate nello spazio attraverso intersezioni tra un piano e un cono, ma è molto importante prendere in considerazione anche la costruzione delle coniche come luoghi realizzati attraverso queste macchine matematiche.

La costruibilità delle coniche attraverso queste macchine è legata alla caratterizzazione delle coniche attraverso le proprietà focali. Tra la costruzione delle coniche vi è però il caso particolare della parabola, infatti nonostante le sue note proprietà focali lo stesso Apollonio esclude la parabola dalla trattazione sulle proprietà focali delle coniche. Non è un caso che fino a Keplero si riscontri l'assenza di una macchina a filo che ne permettesse la costruzione.

Ci si è chiesto allora come mai Apollonio trattò la parabola in maniera differente quando si concentrò sulle proprietà focali. Questa domanda è stato oggetto di una riflessione che ha permesso di mostrare come Apollonio abbia evitato di includere la parabola nella trattazione basata sulle proprietà focali perché aveva considerato “le linee che, riflesse, convergono verso il fuoco” come parallele.

A monte vi era infatti un tema molto importante per gli Antichi Greci: il concetto di infinito, noto ostacolo epistemologico. Per pensare alle rette parallele come rette che possono incontrarsi in un “punto all’infinito” serviva un importante passo in avanti non solo dal punto di vista concettuale, ma anche dal punto di vista filosofico. Sono passati secoli, ed è stato necessario uscire dai vincoli teorici della disciplina, per poter fare questo importante passo in avanti. Sarà poi Keplero a portare avanti in modo significativo lo studio della parabola in analogia alle altre coniche da questo punto di vista, proprio grazie a un’escursione nello studio dei fenomeni ottici.

Proseguendo nella lezione, si è spostata l’attenzione sempre di più verso argomenti di stampo fisico. Intorno al XIII secolo lo studio delle coniche viene ripreso con grande interesse, dato che vi furono numerosi studi fisici, in particolare ottici, che li riguardavano.

In questo periodo Witelo, nell’*Ottica*, riprese lo studio delle proprietà focali delle coniche, in quanto tali proprietà trovano applicazione negli specchi ustori (specchi le cui superfici hanno la forma di un paraboloide di rotazione).

Keplero era un grande amante delle analogie; pensava, infatti, che in natura fenomeni che potevano sembrare non avere alcuna relazione apparente tra loro, studiati profondamente e in modo dettagliato, potessero presentare sorprendenti analogie. Proprio spinto da questa forte passione nell’utilizzarla, Keplero studiò la riflessione e la rifrazione cercando, appunto, un’analogia tra i due fenomeni tramite le coniche. In particolare, ragionando per analogia, associa le rette parallele al caso particolare di rette incidenti che si incontrano all’infinito. Grazie a questo studio Keplero riuscì a trovare un modo per unificare lo studio di tutte le coniche dal punto di vista delle loro proprietà focali, includendo anche la parabola.

2.5.2. La parabola dal punto di vista fisico (relatrice: prof.ssa Fantini)

Una volta messo in evidenza il ruolo svolto dalla fisica nella caratterizzazione delle coniche in matematica, introducendo il concetto di fuoco all’infinito e la possibilità di costruire con una macchina matematica una parabola, si è passati ad analizzare il ruolo svolto dalla parabola nella nascita della fisica moderna. Nello specifico, si è analizzato il brano tratto dal quaderno degli appunti di Guidobaldo (1592), relativo allo studio del moto di un proiettile e il brano di Galileo tratto dai *Discorsi e dimostrazioni matematiche relativi a due nuove scienze* (1638).

L'esperimento descritto da Guidobaldo è eseguito con Galileo. A fine Cinquecento si indagava ancora quale fosse la traiettoria di un proiettile; si stavano compiendo i primi passi verso la matematizzazione dei fenomeni "sulla terra" e verso la costruzione di nuove chiavi interpretative. Si risentiva della distinzione tra moto violento e moto naturale e gli schemi interpretativi, che venivano presi in considerazione secondo la tradizione, erano la linea retta e la linea circolare (la forte influenza Aristotelica vedeva la circonferenza e la retta come le uniche due figure irriducibili).

Il brano, pur nella sua sinteticità, è particolarmente interessante perché mette in evidenza quali siano state le argomentazioni usate per descrivere e interpretare un fenomeno che richiede radicali cambiamenti di paradigma rispetto a quelli medioevali.

Dall'analisi di questo brano si può mettere in evidenza come lo studio del moto parabolico e la sua interpretazione matematica siano stati protagonisti nei passaggi che hanno portato alla nascita della fisica moderna e, a ciò che la caratterizza come disciplina: il metodo scientifico basato sull'esperimento, inteso come metodo per produrre nuova conoscenza, e l'utilizzo del linguaggio matematico come linguaggio per indagare la natura.

Nel brano di Guidobaldo, relativo all'esperimento del lancio della palla inchiostata, vengono descritte in poche righe le caratteristiche della traiettoria tracciata da un oggetto, quando viene lanciato oltre la linea dell'orizzonte: la traiettoria è curvilinea e simmetrica. Questo è un passaggio importante perché comporta un cambiamento di paradigma rispetto a quello medioevale in cui moto naturale e moto violento erano sempre distinti e la traiettoria non poteva essere simmetrica e curvilinea: il riconoscere la simmetria della curva dovrà contribuire a rivedere il concetto di moto.

Da questa osservazione si cerca allora la curva matematica che potrebbe rappresentare meglio questo moto e si progetta un esperimento per sostenere le ipotesi fatte. Sebbene sia evidente una somiglianza con la parabola e l'iperbole, Guidobaldo conclude considerando la catenaria come il candidato più adeguato a descrivere la traiettoria.

Ora, esaminiamo più da vicino l'estratto. I colori si riferiscono all'analisi del testo che la prof.ssa Paola Fantini ha mostrato durante il corso PLS e che verrà commentata di seguito.

dagli appunti di Guidobaldo **1592 L'esperimento di Guidobaldo e Galileo**

Se si tira una palla o con una balestra o con artiglieria, o con la mano, o con altro instrumento, sopra la linea dell'horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar che nel montare e la figura è quella che rivolta sotto la linea horizontale fa una corda che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale e di violento et è una linea in vista simile alla parabola et hyperbole e questo si vide meglio con una catena che con una corda, poiché la corda abc, quando ac sono vicini la parte b non si accosta come dovrebbe perché la corda resta in sé dura. Che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si po' far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro che sicome ella ascende così anco scende ... la violentia che ella ha acquistata nell'andar sù, fa che nel callar vada medesimamente: superando il moto naturale nel venir giù ... essendo che non ci è ragione che dal C verso DE mostri che si perda a fatto la violentia".

Figura 2.1 - Brano tratto dagli appunti di Guidobaldo (riportato in Cerreta, 2019)

L'analisi di questo brano è stata condotta per mostrare come, in questo delicato passaggio epistemologico, si stesse articolando un discorso che oggi riconosciamo tipico della fisica. Per argomentare questo punto, la prof.ssa Fantini è partita dalla caratterizzazione delle discipline come forme di conoscenza organizzata a diversi livelli in cui prendono posto concetti, regole, leggi, modelli di spiegazione e metodi (Fantini-PLS 2019).

I diversi livelli riguardano:

- livello ontologico: livello in cui si delineano le entità che costituiscono l'oggetto di studio (gli oggetti e le loro trasformazioni);
- livello epistemologico: livello in cui la conoscenza scientifica (i suoi concetti e le sue leggi) è rielaborata e collocata in un dibattito di ampio respiro che ne evidenzia il contributo specifico nel modificare le visioni correnti;
- livello metodologico: livello in cui si prendono in considerazione i metodi utilizzati per produrre conoscenza;
- livello esplicativo: livello in cui si prende in considerazione come sono spiegati eventi e processi.

Dall'analisi del testo fatta viene mostrato che il discorso si articola su diversi "piani di ragionamento" (che sono stati descritti nel corso dell'analisi), ciascuno contrassegnato da un colore diverso, che si ripetono ma che via via diventano più raffinati e acquistano valenze diverse passando dall'osservazione diretta del fenomeno alla costruzione dell'esperimento.

Il brano si può dividere di due parti.

Una prima parte in cui si costruisce un primo livello esplicativo articolato su una descrizione del processo apparentemente semplice e molto “concreta”. La descrizione avviene su tre piani (evidenziati dai diversi colori): quello dell’esperienza diretta, quello della ricerca di regolarità dall’osservazione dell’esperienza e infine (senza ancora supporre ipotesi interpretative) quello della ricerca della risposta alla domanda: quale forma ha la traiettoria?

Si sta delineando un metodo per produrre conoscenza che consiste in: come visualizzare il fenomeno, come e cosa osservare e come “dare ragione” dell’osservazione. Si sta aprendo a livello epistemologico una prospettiva assolutamente nuova, la curva è simmetrica.

Una seconda parte in cui il livello esplicativo è costruito in modo che si passi dall’esperienza all’esperimento, dalla descrizione alla interpretazione delle osservazioni. Il metodo diventa più sofisticato: l’esperimento è alla fine delle congetture interpretative, a sostegno delle stesse e a livello epistemologico si ha il superamento del paradigma che distingue tra moti naturali e moti violenti. È interessante notare come le ipotesi fatte sulla natura matematica della traiettoria poi si traducono nella “fisicità” della traiettoria, la catena. Ma avere abbandonato la parabola e l’iperbole in favore dell’arco di catenaria ha anche un altro significato epistemologico; agli albori del metodo scientifico la matematica “scende” dalla descrizione dei cieli alla terra, non rappresenta più l’armonia del mondo ma si reifica nella natura terrena. Secondo Hebron (Cerreto, 2019) la catena forniva probabilmente la migliore “analogia fra le azioni simultanee dell’allungamento e del peso della catena, da una parte, e i moti violenti e naturali dall’altra”.

Questo processo di matematizzazione del movimento continua nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche relativi a due nuove scienze* di Galileo (1638). Alla fine della seconda giornata, viene presentato un “modo maraviglioso di disegnare la parabola” con alcune regole “facili e spedite” che non sfruttano proprietà matematiche della parabola ma la traccia lasciata dal movimento di una “palla di bronzo esquisitamente rotonda” lanciata su uno specchio metallico inclinato. Galileo spiega molto dettagliatamente la “procedura fisica” e le “specifiche sperimentali” per disegnare la curva.

Anche di questo brano viene fatta una analisi analizzando i diversi livelli del discorso e osservando che a livello esplicativo si mette in evidenza una pratica discorsiva molto sofisticata in cui il discorso si articola su diversi piani: quello matematico, quello “fisico osservativo” e quello più propriamente sperimentale. A livello metodologico si mettono in evidenza e si chiariscono alcune proprietà matematiche della parabola, ma si passa anche il messaggio che *la traiettoria è una parabola* intesa come oggetto matematico. A livello epistemologico si possono aprire interessanti riflessioni sul ruolo della matematica nella costruzione della scienza del reale.

Con Galileo e Guidobaldo le leggi geometriche sembrano acquistare un valore reale e dominare la fisica terrestre. Per questo motivo il linguaggio con cui occorre interrogare la natura diviene il linguaggio matematico.

L'intervento della prof.ssa Fantini termina con una breve trattazione del “ritorno dalla terra al cielo” attraverso i *Principia* di Newton in cui l'attenzione viene rivolta alle condizioni iniziali del moto e della velocità, che determinano le caratteristiche della curva. Potendo infine concludere che le curve non sono solo parabole, ma più in generale coniche caratterizzate dalla eccentricità che dipende dalle condizioni fisiche iniziali.

2.6. Contestualizzazione degli obiettivi

L'obiettivo di questa tesi è analizzare le lezioni tenute dalle prof.sse Branchetti, Cattabriga e Fantini utilizzando la NA con l'obiettivo di vedere se questo strumento permetta di mettere in evidenza le peculiarità delle identità disciplinari tipiche della matematica e della fisica, così come delle relazioni fra queste due discipline che possano essere considerate interessanti in termini di interdisciplinarietà. Per fare questo si sono utilizzate alcune domande che, a partire dal framework, hanno guidato l'analisi:

- Ci sono espressioni o elementi caratteristici che permettono di rappresentare o delineare la matematica e la fisica come discipline? Se sì, quali?
- Ci sono espressioni o elementi caratteristici che fanno emergere un'intersezione fra le due discipline? Se sì, quali?
- L'uso esplicito o implicito di un meta-discorso, come quello dell'organizzazione della struttura della conoscenza per “*Livelli*”, contribuisce a far emergere l'interdisciplinarietà dagli interventi? Se sì, in che modo?

Capitolo 3. Metodologia

Come è stato detto nel primo capitolo, l'uso della NA si è evoluto molto negli anni. Essa prende a riferimento teorie e metodi tipici di diversi ambiti di ricerca per poter studiare le reti complesse. Per esempio, prende in prestito la teoria dei grafi dalla matematica, la meccanica statistica dalla fisica, il data mining e la visualizzazione delle informazioni dall'informatica, la modellazione inferenziale dalle scienze statistiche e lo studio della struttura sociale dalla sociologia (Giammetti 2018).

In tale ambito, si è visto come, in base al tipo di lavoro di ricerca che si vuole attuare, si possano scegliere diverse metodologie di analisi, sia qualitative che quantitative ma anche, sempre più spesso, miste. Infatti, ormai da anni, sempre più ricercatori nel campo della ricerca in Science Education, e non solo, si sono rivolti alla pratica di combinare metodi qualitativi e quantitativi nello stesso studio, un approccio considerato con un grande potenziale d'indagine (Creswell e Clark 2007; Schram, 2014; Xiao e Witherspoon, 2015).

Nell'analisi condotta per questa tesi è stata utilizzata una metodologia mista. In particolare, in questo capitolo e specificamente per la prima parte dell'analisi, si entrerà nel dettaglio della metodologia qualitativa in cui compare anche l'uso di un software di visualizzazione. Per la seconda parte di analisi, invece, si passerà a trattare gli aspetti più tecnici legati alla NA.

Come prima cosa verrà descritta la metodologia utilizzata dal gruppo di ricerca in SE dell'Università di Copenaghen, a cui si ispira questo lavoro. Si proseguirà descrivendo la metodologia che è stata utilizzata in questa tesi e come questa si differenzia rispetto all'approccio e alle tecniche utilizzate dal gruppo danese, soffermandosi quindi sulle varie tecniche qualitative utilizzate in questo lavoro. Poi, si descriverà l'algoritmo di visualizzazione utilizzato nel procedimento di analisi di rete entrando nel dettaglio dei parametri specifici che si sono utilizzati per l'analisi. Il capitolo si concluderà con la presentazione dei dati raccolti e dei passaggi metodologici seguiti durante l'analisi.

3.1 La metodologia utilizzata dal gruppo di ricerca in Science Education dell'Università di Copenaghen

Come abbiamo visto nel primo capitolo, i modi in cui si può utilizzare la NA in SE sono molto vari. Il metodo utilizzato principalmente come riferimento per questo lavoro di tesi è quello del gruppo di didattica delle scienze dell'Università di Copenaghen (Bruun, 2016; Bruun, 2012; Bruun & Evans, 2018; Bruun & Evans, 2020; Kelmark Andersen, 2017; Lindahl, Bruun, Linder, 2016; Bruun, Lindahl & Linder, 2018).

Come discusso nel primo capitolo, la NA viene utilizzata per trasformare dati qualitativi in grafici di rete in cui vengono messe in evidenza connessioni e relazioni fra le parti. La potenzialità di questo

metodo, sta nel poter ottenere misure quantitative di dati qualitativi, e mettere in luce relazioni complesse, come ad esempio le relazioni all'interno di un testo scritto, traducendole in un grafico. Nel caso specifico del lavoro condotto dal gruppo di ricerca danese è stato sì caratterizzato dall'utilizzo della NA per la costruzione e l'analisi di mappe tematiche. Questo lavoro, attraverso l'analisi del discorso, ha permesso di identificare le relazioni tra i contenuti degli argomenti trattati e le dinamiche di gruppo.

Il gruppo di ricerca ha utilizzato la NA in modo misto, nello specifico ha combinato la *Qualitative Discourse Analysis* (QDA), una metodologia di analisi specifica utilizzata solitamente per analizzare i temi, le strategie e le dinamiche dei discorsi sia individuali ma anche soprattutto di una discussione collettiva (Driver, Newton, Osborne 2000; Duschl, Osborne 2002), con la NA, che utilizza gli stessi dati per far emergere una rete linguistica rappresentante la discussione presa in esame, una mappa della rete linguistica e un insieme di misure di rete. La combinazione di queste due tecniche ha dato origine a quella che loro chiamano *Thematic Discourse Network Analysis* (TDNA). La TDNA è una metodologia che combina iterativamente l'analisi del discorso con l'analisi della rete al fine di produrre temi collegati in modo iterativo, riproducibile e trasparente, caratterizzando così i moduli, contenuti nella rete linguistica, ed interpretandoli come temi giungendo così a far divenire la mappa una mappa tematica (Bruun, Lindahl, Linder, 2018).

Attraverso la QDA è stato attuato un procedimento per convertire in temi il testo analizzato (Bruun, Lindahl, Linder, 2018). I temi servono per semplificare e ridurre il testo in modo da poterli utilizzare nell'analisi di rete linguistica nello sviluppo della TDNA.

Attraverso una NA è stato possibile convertire il testo in una rete linguistica, ma per fare ciò si è dovuto prima di tutto attuare un procedimento di ripulitura e semplificazione del testo stesso. Sono stati quindi operati quattro passaggi preliminari di text mining (rimuovere la punteggiatura, convertire ogni lettera in minuscolo, rimuovere gli spazi bianchi ridondanti e rimuovere le parole usate di frequente come congiunzioni, articoli, pronomi etc.). Tutto ciò con lo scopo di ottenere una ripulitura del testo tale da permettere l'enfatizzazione di parole portatrici di significato nella discussione. Tenendo conto che, nella fase di iterazione, la QDA potrebbe suggerire la reintroduzione di parole, ora tolte, perché vitali per la comprensione e la creazione di significato.

Dopo queste quattro fasi preliminari, il passaggio successivo ha previsto la costruzione della rete e la successiva applicazione dell'algoritmo *infomap*, in grado di scomporre la rete linguistica e trasformarla in una mappa di moduli connessi. Questo permette sia di semplificare che evidenziare le strutture nascoste e le loro rispettive relazioni.

In parallelo viene creato lo schema per una preliminare QDA, con lo scopo di ottenere i temi complessivi che si sono trattati e le strategie del discorso utilizzate per parlarne nella discussione.

I temi servono per semplificare e ridurre il testo in modo da poterli utilizzare nell'analisi di rete linguistica nello sviluppo della TDNA. Viene poi ottenuta una QDA iniziale da una rianalisi dei dati in possesso (rileggendo trascrizioni o riascoltando registrazioni), visualizzando i temi trattati in ordine cronologico e caratterizzando maggiormente le discussioni di gruppo.

Attuati in contemporanea questi due processi, si giunge all'attivazione di un processo di allineamento di tipo iterativo: la TDNA. Questo processo comporta modifiche sia ai prodotti della NA che alle interpretazioni ottenute dalla QDA, con la conseguenza che, la continua revisione di quest'ultime, alimenta un processo iterativo attraverso cui si ha una continua formulazione ed elaborazione di regole che vengono poi applicate all'inizio di ogni ciclo iterativo.

I moduli, ottenuti dalla rete linguistica, vengono quindi interpretati in funzione dei risultati ottenuti dall'analisi del discorso fatta in contemporanea e questo fornirà una base per la creazione di regole atte ad attuare modifiche nella trascrizione. Esse potrebbero essere l'unione di sinonimi o ulteriori azioni di ripulitura del testo. L'applicazione di queste nuove regole porterà alla creazione di una nuova rete linguistica, che sarà una nuova candidata per una mappa tematica con i rispettivi nuovi moduli.

Il processo di allineamento TDNA può poi essere interrotto quando:

- la mappa tematica riflette i temi della discussione che sono stati trattati dagli studenti;
- l'analisi della rete permette di fare interpretazioni in linea con le rispettive descrizioni ed interpretazioni della QDA;
- le modifiche che, vengono apportate inizialmente nel ciclo iterativo suggerite dalle interpretazioni della QDA, generano solo cambiamenti molto piccoli ai prodotti della NA.

La figura sottostante estratta dall'articolo di Bruun, Lindahl e Linder (2018) schematizza il processo iterativo della TDNA descritto qui sopra.

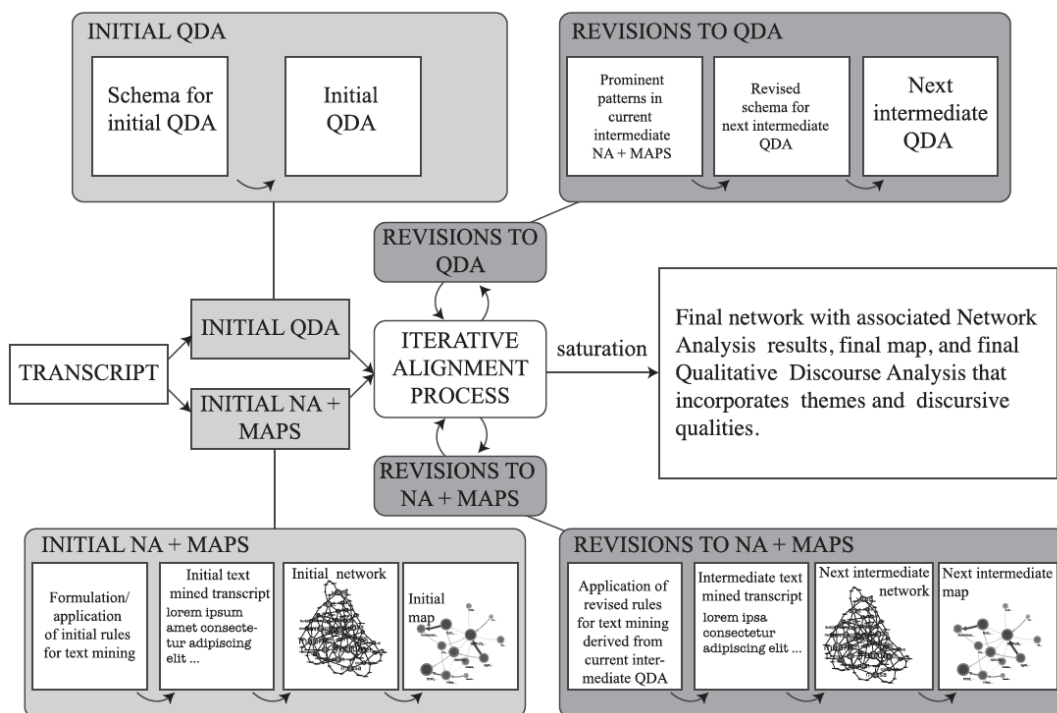


Figura 3.1 – Processo della TDNA per analisi di discussioni di gruppo (riportato in Bruun et al., 2018)

Questo processo appena descritto è caratteristico del modo in cui ha operato il gruppo di ricerca dell'Università di Copenaghen. Nella letteratura di ricerca in SE, vi sono altri esempi di contesti di applicazione e di metodi con cui la NA può essere combinata.

Ad esempio, Bodin (2012) intervista degli studenti in due fasi distinte:

- nella prima, mentre introduce le tematiche che avrebbero trattato ed i compiti che avrebbero dovuto svolgere;
- nella seconda, a seguito del completamento del compito.

Al termine delle due fasi, codifica i dati analizzati utilizzando un metodo qualitativo ed iterativo sulle trascrizioni, allo scopo di ottenere informazioni su quali conoscenze e risorse pregresse gli studenti avessero attinto per utilizzarle nella risoluzione del problema.

Xiao e Witherspoon (2015) hanno sviluppato un approccio iterativo con metodologia mista per analizzare le decisioni che vengono prese in un gruppo, in termini di come le discussioni si evolvono nel tempo in funzione degli argomenti trattati.

Quello che si evince da questi esempi è che vi è quindi una certa flessibilità nel combinare la NA con altri metodi a seconda dei contesti di utilizzo e delle tipologie di dati che si sta trattando.

Ispirandosi all'approccio del gruppo di ricerca danese, il presente lavoro di tesi ha cercato di utilizzare anch'esso una metodologia mista iterativa, ma attraverso procedimenti differenti ed in particolare

analizzando una lezione frontale tenuta da diversi relatori. Sono state infatti applicate sia tecniche di NA che tecniche di analisi qualitativa, ispirate alla *Grounded Theory*, al fine di ricavare una mappa tematica in grado di rispecchiare i discorsi fatti nella lezione.

Questo lavoro di tesi si propone, infatti, anche di mostrare quale possa essere un'ipotetica metodologia applicabile all'analisi del discorso di una lezione interdisciplinare, per cercare di far emergere aspetti nascosti che non sarebbe possibile individuare da un semplice ascolto. Si vuole quindi andare oltre l'analisi di discussioni dinamiche tra studenti, mostrate nei precedenti esempi, ma ci si vuole focalizzare unicamente sui discorsi fatti da singoli individui e vedere se si possono ottenere dei risultati significativi in merito all'emergere di possibili concetti, atti a caratterizzare le discipline trattate nonché il loro intreccio.

3.2 La metodologia utilizzata in questo studio

Come detto nel capitolo precedente, l'obiettivo di questa tesi è quello di analizzare delle lezioni tenutesi nell'ambito del progetto IDENTITIES all'interno di un corso di formazione per docenti che vertevano sugli aspetti storici ed epistemologici della parabola al fine di presentare strumenti interdisciplinari per l'analisi e la comprensione di testi scientifici.

La metodologia utilizzata per l'analisi è di tipo misto. Attraverso un'analisi qualitativa è stata operata una codifica della trascrizione della lezione, al fine di poter trasformare quest'ultima in temi, per poi utilizzare la NA in modo da rendere questi temi visualizzabili all'interno di una mappa.

La differenza principale con il gruppo di ricerca danese ha riguardato l'operazione di codificazione e nello specifico il passaggio dal testo alla tematizzazione. Invece di utilizzare tecniche automatizzate di *Text Mining* e di QDA si è deciso di utilizzare strategie di analisi qualitativa ispirate alla *Grounded Theory* (Glaser and Strauss, 1967; Corbin and Strauss, 1990). Questa teoria si basa su un intreccio continuo tra raccolta, analisi e concettualizzazione dei dati. Rappresenta uno dei metodi più diffusi tra le metodologie di analisi qualitativa all'interno della didattica delle scienze perché, tra i suoi obiettivi principali, ha non soltanto la descrizione e interpretazione del contesto specifico di una sperimentazione, ma anche l'individuazione di criteri operativi e costrutti teorici.

Coerentemente con i metodi della *Grounded Theory*, sono state applicate le strategie di validazione dei risultati necessarie per garantire i criteri di *credibilità*, *trasferibilità*, *affidabilità* e *confermabilità* (Anfara et al., 2002). I criteri di validazione dell'analisi qualitativa sono resi operativi mettendo in campo delle strategie specifiche che sono applicabili durante tutte le diverse fasi di una ricerca (pianificazione, raccolta, analisi, etc.).

La tabella 3.1 mostra una sintesi dei criteri e delle strategie operative (Creswell e Miller, 2000; Denzin & Lincoln, 2000; Anfara, 2002; Fantini, 2014; Kelmark Andersen, 2017).

Tabella 3.1: Criteri ed esempi di strategie di validazione

Credibilità (rappresenta il criterio di validità interna che valuta se i risultati della ricerca descrivono i fenomeni che essa stessa cerca di descrivere, ovvero l'avere fiducia nella verità dei risultati)	· Osservazione e coinvolgimento prolungato nel tempo: Rimanere un tempo sufficientemente lungo sul campo per: ○ cogliere i diversi aspetti del “fenomeno”; ○ parlare con un significativo gruppo di persone; ○ sviluppare relazioni e rapporti con i membri (partecipanti) della realtà sociale oggetto di studio, con l'obiettivo di sviluppare un rapporto di fiducia tra ricercatore/i e partecipanti, in modo da facilitare la comprensione e la co-costruzione di significato. · De-briefing tra pari: Attraverso questo processo il ricercatore può prendere consapevolezza della sua specifica posizione rispetto ai dati e all'analisi e può avere una opportunità per mettere alla prova ipotesi emergenti e valutare se sono ragionevoli e plausibili. Il “debriefing” può aiutare a scoprire distorsioni, prospettive e assunti impliciti da parte del ricercatore. · Verifica con i Partecipanti (Member checks): I dati, le categorie di analisi, le interpretazioni e i risultati sono testati con i partecipanti dei gruppi. Questa tecnica può essere messa in atto formalmente o informalmente sia durante le fasi di osservazione sia durante le interviste e i dialoghi con i partecipanti. · Triangolazione: Incrocio di diverse sorgenti dati, metodi, prospettive, per costruire una conoscenza comune e per garantire che il risultato sia ricco, completo e ben sviluppato. · Referential adequacy: individuazione di quei dati che, in prima istanza, vengono archiviati e non analizzati per essere poi riconsiderati in un secondo momento.
Trasferibilità: (rappresenta il criterio di validità esterna, che informa se la ricerca è valida in altri contesti)	· Descrizione Dettagliata e Ricca (Thick Description). Si riferisce ad un resoconto dettagliato dell'esperienza sul campo in cui il ricercatore rende espliciti i modelli delle relazioni culturali e sociali e li pone in un preciso contesto; in questo modo si può valutare in che misura le conclusioni sono trasferibili in altre situazioni.
Affidabilità: (rappresenta il criterio dell'attendibilità, che riguarda la possibilità di replicare i risultati della ricerca)	· Verifiche esterne (Audit Trail): descrizione trasparente dei passi della ricerca, dalla progettazione, allo sviluppo, all'analisi e infine alla comunicazione dei risultati.

Confermabilità: (rappresenta l'oggettività, ossia la neutralità dei risultati; i risultati devono emergere dai dati e non da considerazioni fatte a priori da parte del ricercatore)	· Indagine di Revisione (Inquiry Audit): un ricercatore non coinvolto nel processo di ricerca esamina sia il processo sia il prodotto dello studio di ricerca. Lo scopo è quello di valutare l'accuratezza della ricerca e in che misura i risultati, le interpretazioni e le conclusioni sono sostenuti dai dati.
--	--

Questi criteri sono particolarmente importanti perché permettono di dare autorevolezza all'analisi qualitativa. Un ruolo particolarmente importante è assunto dalla triangolazione, essa garantisce lo scambio di riflessioni con altri ricercatori, visto che *"i dati non parlano da soli, c'è sempre un interprete o traduttore"* (Ratcliffe, 1983). La triangolazione permette di porre il ricercatore *"in uno stato d'animo atto a considerare il proprio materiale in modo critico, per testarlo, per identificarne le debolezze, per comprendere dove fare ulteriori verifiche facendo qualcosa di diverso"* (Fielding and Fielding, 1986), e incoraggiandolo a sviluppare un resoconto che sia accurato e credibile (Creswell 2002). La triangolazione non è però solo il processo di convalida delle idee da parte dei ricercatori, ma lo è anche dei dati e dei metodi usati per la loro raccolta. Questo garantisce che lo studio possa essere accurato poiché le informazioni non sono tratte da un'unica fonte, individuo o processo di raccolta dati.

A tal proposito vengono riconosciute quattro forme di triangolazione (Fantini, 2014):

1. **Methods Triangulation.** Viene valutata la coerenza dei risultati ottenuti con diversi metodi di raccolta dei dati. Questa forma di triangolazione è comune sia all'analisi qualitativa sia a quella quantitativa e permette di chiarire aspetti complementari dello stesso fenomeno. I punti dove l'analisi diverge possono essere di grande interesse e permettere interessanti approfondimenti.
2. **Triangulation of Sources.** Viene esaminata la consistenza di differenti sorgenti di dati utilizzando lo stesso metodo.
3. **Analyst Triangulation.** Vengono analizzati gli stessi dati da parte di diversi osservatori/ricercatori. Questa forma di triangolazione può illuminare zone d'ombra di una analisi interpretativa, fornendo un controllo sulle diverse percezioni. L'obiettivo non è cercare il consenso ma esplicitare le possibili diverse strade per vedere i dati.
4. **Theory/Perspective Triangulation.** Vengono usate diverse prospettive teoriche per esaminare e interpretare i dati.

Come dicevamo, in questa tesi le tecniche di validazione sono state applicate durante la fase di codifica della trascrizione degli interventi per la sua trasformazione in temi.

I dati sono stati analizzati attraverso un processo iterativo che ha previsto sia fasi bottom-up di de-briefing, finalizzate a riconoscere gli aspetti più evidenti nei dati e a generare idee interpretative, sia fasi top-down, mirate a validare ipotesi interpretative formulate dal gruppo. Al fine di raggiungere un livello accettabile di validità interna, l'analisi top-down è stata condotta attraverso un processo di triangolazione fra diversi ricercatori esperti in didattica della fisica e didattica della matematica, insegnanti e ricercatori esperti in analisi dati (Anfara et al., 2002). Il processo di triangolazione è stato realizzato articolando il lavoro in fasi di analisi individuale seguite da fasi di discussione collettiva tra ricercatori. Per valutare trasferibilità, confermabilità e affidabilità dei risultati, questi sono stati anche triangolati con risultati presenti nella letteratura di ricerca (Bruun, Lindahl, Linder, 2018; Kelmark Andersen, 2017; Bruun, 2016; Gombi, 2020; Bodin, 2012; Xiao & Witherspoon, 2015). Questo processo iterativo di doppia triangolazione ha portato a un progressivo affinamento della codificazione del testo. Sono stati organizzati anche delle sessioni collettive di analisi con il gruppo di studenti del corso di laurea magistrale in fisica durante le lezioni del corso di *Advanced Professional and Research Skills in Physical Sciences* e con le docenti del corso PLS che hanno interagito e fornito feedback sulla qualità dell'analisi, sui processi e sui risultati (*de-briefing tra pari e inquiry audit*).

Al termine di questo capitolo, si esplicherà il processo di analisi e di presentazione dei risultati, al fine di rendere il più possibile trasparente la metodologia e favorire la sua trasferibilità.

Tutta questa procedura ha portato alla ripulitura della trascrizione iniziale, alla sua codifica e alla creazione, di volta in volta, di un apposito file contenente le parole/espressioni da convertire in rete, necessario per la costruzione delle mappe tematiche.

Per la visualizzazione effettiva della rete è stato utilizzato l'algoritmo FroceAtlas2, che insieme all'applicazione della Modularity (ripresa, poi, per l'analisi dati) ha permesso di rappresentare una rete suddivisa in cluster tematici, nelle quali ogni nodo e collegamento hanno una loro grandezza grazie all'applicazione del PageRank.

Per l'analisi effettiva della mappa sono state utilizzate tecniche sia di tipo bottom-up che di tipo top-down, in modo da permettere un'analisi delle reti sotto diversi aspetti. Queste tecniche hanno lo scopo sia di caratterizzare le mappe tematiche ottenute e sia di far emergere da esse aspetti peculiari che possano caratterizzare gli interventi presi in esame.

La prima tecnica utilizzata è stata l'identificazione, per ogni mappa, prima dei nodi appartenenti ad ogni singolo cluster e poi l'identificazione di triangoli composti da tre nodi appartenenti a cluster diversi. È un'analisi, di tipo locale, sui singoli nodi che permette di visualizzare le connessioni

prossime e, attraverso un'analisi qualitativa, individuare quei nodi che possano caratterizzare la struttura interdisciplinare delle mappe trattate. Questi, vengono chiamati “nodi cruciali”.

La seconda tecnica ha visto l'uso combinato della *Betweenness Centrality* (BC) e dell'*Average Path Length* (APL). Con essa si effettua un'analisi di tipo locale su come la presenza/assenza dei nodi possa influenzare la dinamica della mappa. Attraverso l'utilizzo del parametro della BC si vanno ad individuare quei nodi, definiti “nodi ponte”, che rappresentano i collegamenti più frequenti tra i nodi all'interno della mappa. Con questo parametro si vanno ad individuare, quindi, quei nodi la cui presenza influenza la struttura comunicativa che vi è dietro gli interventi. Essi, infatti, ci indicano quali sono quei nodi che vengono attraversati più spesso durante le varie strategie discorsive. Attraverso, invece, l'utilizzo del parametro APL, si osserva come un'ipotetica assenza dei nodi possa influenzare la tenuta strutturale della rete. Questo ci dice quanto un nodo sia importante per poter permettere alle varie strategie discorsive di intrecciarsi e di rendere il discorso globale coeso.

Attraverso l'uso di queste tecniche insieme ad analisi qualitative è intenzione di questo lavoro di tesi individuare quei pattern che caratterizzano una lezione interdisciplinare e che informazioni possiamo ottenere dall'analisi di una mappa tematica.

Vedremo ora, nel dettaglio, in cosa consistono i parametri utilizzati per la visualizzazione e per l'analisi della mappa, per poi andare a descrivere le varie fasi metodologiche utilizzate in tale lavoro.

3.3 Parametri utilizzati per l'analisi e la visualizzazione della rete

Una rete è costituita da un insieme di entità, chiamati nodi, e le loro interazioni, chiamate collegamenti; "una rete è, nella sua forma più semplice, una raccolta di punti uniti insieme a coppie da linee " (Newman, 2010). I collegamenti di una rete possono essere diretti o non indirizzati: se sono diretti le informazioni della rete possono fluire solo in una direzione da un nodo all'altro, se invece i collegamenti sono indiretti, le informazioni possono fluire in entrambe le direzioni.

Per tener traccia dei collegamenti tra i nodi ci sono diverse strutture dati, di cui una delle più importanti è la *matrice di adiacenza* binaria, in cui i collegamenti possono essere rappresentati con dei numeri. Essa, in una rete diretta, ha N righe e N colonne con gli elementi A_{ij} che assumono i seguenti valori:

- 1, se c'è un collegamento che punta dal nodo j al nodo i
- 0, se il nodo i e il nodo j non sono collegati.

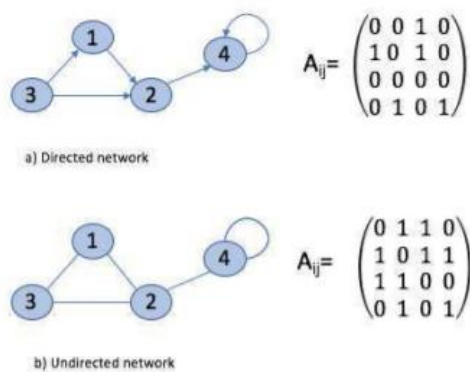


Figura 3.2 – Esempi di una rete diretta (a) ed una indiretta (b), con le rispettive matrici di adiacenza (riportato in Kelmark Andersen, 2017)

Dagli elementi della matrice di adiacenza si ricava il grado di qualsiasi nodo. Il grado è la misura di quante connessioni un dato nodo ha e il numero di collegamenti collegati da un nodo all'altro.

In una rete diretta, in cui i collegamenti possono essere classificati come frecce che puntano da un nodo all'altro, sono prodotti due gradi separati per ciascun nodo; in questo contesto i collegamenti di un determinato nodo possono essere entranti o uscenti rispetto ad esso ed aventi un loro corrispettivo grado. Per una rete diretta la somma lungo le righe della matrice di adiacenza fornisce il grado del collegamento in entrata, mentre la somma lungo le colonne fornisce il grado del collegamento in uscita.

$$k_i^{\text{in}} = \sum_{j=1}^N A_{ij} \quad k_i^{\text{out}} = \sum_{i=1}^N A_{ji}$$

Oltre ai nodi, anche i collegamenti hanno una loro misura, detta peso, che è una misura di quante volte compare il collegamento nel file dati tra due stessi nodi. Visualmente, lo spessore del collegamento tra i due nodi è la somma di questi pesi.

i Abbiamo quindi visto come la matrice di adiacenza permette di rappresentare
 ..
 1 → {2, 3} matematicamente una rete, ma non sempre è lo strumento adatto nel fare ciò. In
 2 → {1, 3} questo lavoro, la rete è composta da nodi uniti tra loro da un unico tipo di
 3 → {1, 2, 4} collegamento, ma qualora vi fossero diverse tipologie di quest'ultimi la matrice di
 4 → {3} adiacenza non riuscirebbe più a rappresentare matematicamente la rete analizzata.

Per questo motivo esistono diversi metodi per rappresentare matematicamente una rete ed uno di questi è la lista di adiacenza, una raccolta di liste non ordinate ove ciascuna di esse descrive l'insieme di tutti i nodi che sono collegati ad uno in particolare. Essa permette di rappresentare quelle reti che si distribuiscono su più strati in base ai diversi tipi di collegamenti esistenti con i nodi.

Possiamo inoltre dire che queste differenti metodologie non si distinguono solamente in base alla struttura della rete che si vuole rappresentare, ma anche in funzione dell'operazione sulla rete che si vuole attuare. Se, ad esempio, prendiamo le due metodologie appena enunciate, vediamo come l'operazione di PageRank sia più facilmente eseguibile attraverso l'utilizzo della matrice di adiacenza, mentre per un'operazione in cui si vuole trovare quale sia il percorso più rapido tra due nodi si tenderebbe ad utilizzare la lista di adiacenza.

Quando si elabora una rete, spesso può essere un vantaggio identificare comunità costituite da nodi particolarmente collegati l'un l'altro e viene fatto attraverso una *community detection*.

Come misura della qualità o della forza della divisione che una rete potrebbe avere in comunità, viene spesso utilizzata la proprietà della rete *modularity*. Essa confronta il numero di collegamenti all'interno di una comunità con il numero di collegamenti ottenuti dallo stesso gruppo di nodi da una rete ricablata in modo casuale per decidere se la comunità originale corrisponde a una comunità densa o il suo modello di connettività è emerso per caso. (Blondel, Guillaume, Lambiotte, Lefebvre, 2008). La modularità ci consente di decidere se una particolare partizione della comunità è migliore di altre. In particolare, è un valore scalare compreso tra -0.5 e 1.5, dove valori positivi (alta modularità) implicano una migliore partizione, implicando che la rete potrebbe essere divisa in comunità. Utilizzando la matrice di adiacenza possiamo calcolare la modularità come:

$$Q = \frac{1}{2L} \sum_{(i,j)=1}^N \left(A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2L} \right) \delta(c_i, c_j)$$

Dove A_{ij} è la matrice di adiacenza della rete. Se i collegamenti della rete sono posizionati casualmente, il numero atteso di collegamenti tra i nodi i e j è dato come $k_i k_j / 2L$, dove k_i e k_j corrispondono al grado dei due nodi e L è il numero totale di collegamenti nella rete. Data una divisione in comunità, la somma di tutti i nodi all'interno della stessa comunità sarà rappresentata da un valore Q , che è proprio la modularità. La funzione delta assicura che la somma sia fatta solamente sui nodi della stessa comunità, che varrà 1 se il nodo i e j sono nella stessa comunità altrimenti la funzione darà 0. c_i e c_j , possono essere interpretati come funzioni del nodo i e j , che si riferiscono alla comunità a cui appartengono i nodi stessi (Barabási, 2016).

Come menzionato sopra Q può essere sia uno scalare positivo che negativo ed indica una deviazione da una rete generata casualmente che abbia lo stesso numero di collegamenti di quella che si sta analizzando. Se $Q = 0$ non ci sarà alcuna deviazione dalla rete casuale, se $Q > 0.3$ la rete tende a essere suddivisa in comunità e se $Q > 0.5$ la rete è caratterizzata come altamente modulare (Clauset, Newman, Moore, 2004).

PageRank è una proprietà dei nodi dipendente dalla struttura globale dell'intera rete, che misura la concentrazione del flusso di informazioni attraverso il nodo stesso. Pertanto, essa indica il coinvolgimento e l'importanza relativa di un nodo in relazione agli altri nodi (Bodin, 2012).

L'algoritmo PageRank è stato sviluppato da Page, Brin, Motwani e Winograd (1999). L'algoritmo fu ideato per testare l'ipotesi che i siti web più importanti probabilmente ricevono più collegamenti da altri siti web, questo visto anche nell'ottica che l'algoritmo restituisce una distribuzione di probabilità utilizzata per rappresentare la *likelihood* che una persona che fa clic a caso sui collegamenti arrivi a una determinata pagina. Questo era interessante per Page e Brin in quanto nel 1996 avevano realizzato il motore di ricerca *Google* come parte dei loro progetti di dottorato presso la Stanford University (Brin e Page, 1996). L'algoritmo di Page e Brin può essere descritto come segue:

$$PR(A) = \frac{(1-d)}{N} + d(PR(T1)/C(T1) + \dots + PR(Tn)/C(Tn))$$

dove $PR(A)$ è il PageRank del nodo specifico A che vogliamo ottenere. $PR(Tn)$ è il PageRank di tutti i nodi che sono collegati al nodo A . $C(Tn)$ è il numero di collegamenti in uscita dal nodo Tn . d è un fattore di smorzamento che può essere impostato tra 0 e 1. N è il numero totale di pagine sul web, cioè il totale numero di nodi nella rete.

La Betweenness Centrality di un nodo v è definita come la somma di tutti i rapporti tra tutti i più brevi percorsi possibili, tra qualsiasi coppia di nodi, che passano per il nodo v :

$$c_B(v) = \sum_{s,t \in V} \frac{\sigma(s, t|v)}{\sigma(s, t)}$$

Dove V è l'insieme di tutti i nodi, $\sigma(s, t)$ è il numero di tutti i percorsi più brevi tra i nodi s e t , $\sigma(s, t \vee v)$ è il numero di tutti quei cammini passanti attraverso v e collegando i nodi s e t .

Questa quantità ci permette di quantificare quanto determinati nodi si prestino ad essere dei ponti, ossia dei punti di collegamento, tra i vari nodi.

L'Average Path Length è una misura associata all'intera rete ed è definita come il numero medio dei cammini più brevi tra tutte le possibili coppie di nodi nella rete.

$$a = \sum_{s,t \in V} \frac{d(s, t)}{n(n-1)}$$

Dove V è l'insieme dei nodi contenuti nel grafo G , $d(s, t)$ è il cammino più breve tra il nodo s e t , n è il numero di nodi in G . Essa è una misura dell'efficienza dell'informazione che attraversa una rete.

Un modo per visualizzare le comunità in una rete è attraverso la concettualizzazione della rete come sistema fisico. In Gephi (Bastian, Heymann e Jacomy, 2009), il programma di rete utilizzato per questa tesi, un algoritmo, incluso in quest'ultimo, chiamato ForceAtlas2 fornisce un layout diretto dalla forza. Intendendo che: "I nodi si respingono l'un l'altro come particelle cariche mentre i collegamenti attirano i loro nodi come molle. Queste forze creano un movimento che converge a uno stato di equilibrio. " (Jacomy, Venturini, Heymann e Bastian, 2014). L'algoritmo ForceAtlas2 è progettato come un modello energetico in cui i nodi convergono ad uno stato di equilibrio.

Quindi le formule utilizzate in questo algoritmo sono ispirate dalle leggi di fisica: la forza di attrazione F_a si basa sulla legge delle molle di Hooke e la forza di repulsione F_r è derivata dalla legge di Coulomb. In termini matematici, la forza di attrazione F_a e la forza di repulsione F_r tra il nodo 1 (n_1) e il nodo 2 n_2 sono date da:

$$F_a(n_1, n_2) = d(n_1, n_2)$$

$$F_r(n_1, n_2) = k_r \frac{(\deg(n_1) + 1)(\deg(n_2) + 1)}{d(n_1, n_2)}$$

Dove la funzione $d(n_1, n_2)$ è la distanza tra il nodo 1 (n_1) e nodo 2 (n_2) e $\deg(n_1)$ è il grado del nodo 1. Quindi $\deg(n_2)$ è il grado del nodo 2. k_r è una costante di repulsione. Se si guarda la frazione, vediamo che 1 viene aggiunto a entrambi i gradi, poichè i nodi isolati con un grado zero dovrebbero respingere altri nodi. In genere, si aggiunge anche una buca di potenziale globale per evitare che i nodi singoli sfuggano all'infinito.

ForceAtlas2 è un layout continuo, il che significa che calcola continuamente le forze tra i nodi mentre il layout è in esecuzione. Quando la rete ottiene l'equilibrio, i nodi si stabilizzano in una posizione in cui viene raggiunto l'equilibrio tra le forze di attrazione e le forze di repulsione. Bisogna essere consapevoli che un nodo può trovare un equilibrio locale e in qualche modo rimanere in esso piuttosto che essere soggetto ad un equilibrio globale della rete, per questo può essere necessario eseguire una perturbazione manuale dove si trova il nodo trascinandolo fuori dalla sua posizione per ottenere un nuovo equilibrio. Questo è essenziale per fare una rappresentazione affidabile in quanto il nodo spesso può restare in una posizione che non rappresenta globalmente l'equilibrio che si vuole fare avere alla rete.

Nel presente lavoro di tesi, oltre ad impostare il layout attraverso l'utilizzo dell'algoritmo ForceAtlas2, è stata eseguita un'ulteriore operazione sulla visualizzazione della rete utilizzando sia il PageRank che la Modularity. Attraverso il primo si sono determinate le dimensioni dei nodi, corrispondentemente al loro singolo valore di PageRank, invece attraverso la seconda è stato possibile

suddividere l'intero network in gruppi di nodi aventi lo stesso colore. Lo scopo di ciò è stato quello di permettere un'analisi visiva più chiara della rete, sia attraverso l'importanza dei singoli nodi e sia di come quest'ultimi si sono distribuiti in gruppi tematici differenti.

3.4 La raccolta dati e le fasi di analisi

Come anticipato già nel capitolo 2, i dati raccolti per questa analisi sono rappresentati dalle lezioni di un corso di formazione per insegnanti, svoltosi nel periodo novembre-dicembre 2019 a Bologna.

In particolare, sono state analizzate le lezioni tenutesi nel pomeriggio del 13 novembre 2019 dalle prof.sse L. Branchetti, A. Cattabriga e P. Fantini sul tema della parabola e del moto parabolico. In ognuno degli interventi, sono state effettuate sia delle registrazioni audio (con Tablet) sia delle video-registrazioni, indirizzate verso gli speakers. I primi sono stati utilizzati per registrare e tener traccia di eventuali interventi del pubblico, mentre il secondo si focalizzava sull'interlocutore principale nonché sulle sue diapositive. Per quanto riguarda la video-registrazione, questo ha permesso poi di facilitare la trascrizione degli audio e di poter affiancare loro, in maniera più agile, le corrispettive diapositive in modo tale da poter integrare il discorso parlato con il discorso scritto.

Le trascrizioni sono state analizzate attraverso delle precise fasi che ora andremo ad esplicitare.

FASE 1. Costruzione della trascrizione e preparazione alla codifica

La prima fase è stata caratterizzata dall'operazione di trascrizione della lezione analizzata, attraverso l'ausilio dei file audio e video in possesso. Questa fase ha visto la costruzione di un transcript organizzato in una tabella dove si teneva traccia dei tempi del discorso, del discorso parlato e delle slide corrispondenti utilizzate a supporto del discorso. La scelta di introdurre anche le slide come parte della trascrizione è stata discussa con altri ricercatori e la si è ritenuta strutturale all'operazione di codificazione, in quanto molto spesso i relatori ne usufruivano sottolineandone le parole chiave in esse contenute. La slide era quindi parte integrante del discorso del relatore.

07:42	Inizia con l'esperienza concreta: se si tira una palla o una balestra...o con una balestra o con un'artiglieria o con una mano, o con un altro strumento sopra la linea dell'orizzonte. E quindi questa cos'è...inizia con un'osservazione, un'osservazione proprio ad occhio nudo, così tiro una palla in qualche modo con una mano o con una balestra. È un'osservazione che sembra neutra, in realtà dice: il medesimo viaggio fa nel calar che nel montare. Qui c'è una simmetria che viene fuori subito, in questa prima descrizione che è una simmetria per l'epoca pazzesca da pensare no? Questa simmetria...tanto nel salire che nello scendere e dice sembra la figura fatta da una corda, come se io tenessi una corda tra le mani un po' lasca però sopra l'orizzonte cioè l'addove (sarebbe?) ribaltata. Quindi inizia, il suo racconto Guidobaldo, questa prima parte, che è una parte puramente descrittiva con questi...io ho messo tre colori perché sono tre... tre piani di ragionamento diversi...sono tre piani di ragionamenti diversi, perché prima c'è questa... esperienza, tira la palla, poi osserva e poi cerca di dire cos'è questa osservazione che lui ha fatto.	I parte la descrizione... una esperienza concreta, che non è ancora un esperimento.... <i>Se si tira una palla o con una balestra o con artiglieria, o con la mano, o con altro strumento, sopra la linea dell'orizzonte,</i> osservazione "ad occhio" apparentemente "neutra", ma che mette in evidenza la simmetria tra ascesa e discesa della pallina.... <i>il medesimo viaggio fa nel calar che nel montare</i> si dà concretezza alla osservazione..... <i>e la figura è quella che rivoltata sotto la linea orizzontale fa una corda che non stia tirata,</i>
-------	--	---

Figura 3.3 – estratto della costruzione della trascrizione con l'ausilio delle slide

Completata la trascrizione, è stata attuata un'operazione di *Analysis Triangulation* e di *Audit trail* al fine di poter rileggere e ricontrollare quanto ottenuto, mettendolo a confronto sia con il testo delle slide, sia con la rilettura da parte dei relatori e gli interventi degli altri ricercatori coinvolti. Questa revisione è stata fatta in maniera iterativa per tutta la trascrizione ottenuta, al fine di potere ottenere un testo il più pulito e affidabile possibile in modo da poter garantire i criteri di credibilità, affidabilità e confermabilità.

FASE 2. Codifica della trascrizione

Ottenuta la trascrizione, si è andati a ricercare gli elementi principali del discorso. È stato fatto ciò prendendo in considerazione, periodo per periodo, le espressioni e le parole (nomi o verbi di azione) che si sono susseguite logicamente nel testo. In tale processo è stata attuata un'attenta selezione di questi elementi, in modo che si potessero estrapolare quelli che poi sarebbero diventati i temi utili all'operazione di codifica. Nel fare ciò, sono state inoltre tolte tutte le congiunzioni, tutti i pronomi personali, tutti gli avverbi e tutti quei verbi non di azione, in modo da rendere la codifica un insieme di parole ed espressioni.

In particolare, oltre alla scelta di questi temi presenti nella trascrizione, sono stati anche selezionati quelli presenti nelle slide, in modo da poter contribuire ad una più ampia e completa descrizione degli argomenti trattati.

Nel procedere con la codifica, ci si è resi conto che alcune espressioni, utilizzate esplicitamente, in alcuni casi erano sottese implicitamente nel discorso. Si è allora deciso di tenerne conto e non perdere quindi quelle informazioni che avrebbero potuto rivelarsi importanti nel processo di analisi.

In questa fase, dopo aver individuato i temi principali sia espliciti che impliciti nei discorsi si è passati ad inserirli in quella che è stata chiamata “linea di codifica”. Sono stati inseriti all’inizio o alla fine di essa, collegandoli rispettivamente al primo o all’ultimo elemento della codifica, a seconda se usati in maniera implicita o esplicita dai relatori.

In tale procedimento le diverse linee di codifica rappresentano le operazioni di processamento attuate sui diversi discorsi tenuti dai relatori, dove per comprendere quando una codifica doveva essere interrotta si è fatto riferimento alle slide utilizzate durante la lezione.

FASE 3. Conversione della codifica in file leggibile dal software.

Il passo successivo nel processo di ottenimento della rete è stato trasformare la codifica ottenuta in un file di dati che il programma di analisi “Gephi” potesse leggere. Questo, è stato fatto pensando al verso del collegamento che si ha tra due temi all’interno della linea di codifica. Se, all’interno del testo, il tema *i* è seguito dal tema *j* allora il tema *i* sarà collegato al tema *j* ed il peso di tale collegamento è dato da quante volte il tema *i* è seguito dal tema *j* in tutta la trascrizione.

In questo modo quelli che nella codifica erano i temi, nella rete sono diventati i nodi.

Tenendo conto di ciò, è stato possibile allora tradurre le codifiche in modo che, nel loro insieme, potessero rappresentare una rete, resa visualizzabile attraverso l’uso del software “Gephi”.

FASE 4. Visualizzazione della mappa

La visualizzazione della rete è stata ottenuta utilizzando, come Layout, l’algoritmo ForceAtlas2 e, come algoritmi per la caratterizzazione dei nodi (identificabili nelle mappe come cerchi di grandezza diversa a seconda del loro peso) e dei loro collegamenti (identificabili nelle mappe dalle linee di congiunzione fra i vari cerchi), sia l’algoritmo PageRank che Modularity, permettendo così di visualizzare sia l’importanza dei singoli nodi e sia di osservare come quest’ultimi formassero dei cluster tematici (identificabili nelle mappe attraverso diversi colori).

FASE 5. Analisi preliminare della mappa ottenuta e sua revisione

Ottenuta la prima rete, questa è stata analizzata e discussa con le docenti che avevano tenuto le lezioni e con altri ricercatori (*Analysis Triangulation* e di *Audit trail*) al fine di revisionare e raffinare il prodotto ottenuto e di correggere eventuali errori.

Il confronto con le relatrici e i ricercatori ha permesso anche di verificare quanto la rete trovata rispecchiasse, ad un primo impatto, il discorso complessivo e di raccogliere suggerimenti su come interpretare i dati in modo da poter ottenere una lettura significativa di quanto elaborato.

Come primo passo, attraverso un'*Analyst Triangulation* con diversi ricercatori, è stata osservata la mappa ottenuta e se ne sono comprese le criticità, portando a revisionare il processo di codifica attuato. Questo ha condotto all'inserimento di elementi non considerati nelle prime fasi di codifica, ottenendo una caratterizzazione maggiore dei discorsi effettuati dai relatori.

Attraverso poi una seconda *Analyst Triangulation*, in cui questa volta sono stati coinvolti gli stessi relatori, è stato oltretutto possibile semplificare maggiormente alcuni elementi delle prime fasi di codifica o accorpare parole ed espressioni molto simili in uno stesso nodo.

La revisione del coding ha portato alla costruzione delle nuove mappe.

Attraverso un *debriefing tra pari* (effettuato in un esercizio di analisi condotto con i colleghi laureandi in Didattica e Storia della Fisica durante il corso di *Advanced Skills*) si è analizzata questa nuova visualizzazione facendo emergere alcuni contenuti impliciti, sui quali è stata poi applicata la tecnica del *member checking*. Con quest'ultima si sono confrontate le considerazioni effettuate dai ricercatori sulla nuova visualizzazione ottenuta e, le riflessioni dei relatori in merito a come il loro operato era stato tradotto nella mappa tematica.

FASE 6. Analisi globale delle macrostrutture e analisi locale dei triangoli

Come verrà approfondito nel capitolo successivo attraverso queste analisi è stato osservato che, dallo studio delle macrostrutture costituenti le mappe tematiche, non era possibile far emergere degli aspetti interdisciplinari che fossero insiti nel discorso, ma si riusciva solo ad analizzare il discorso da un punto di vista globale.

Due tecniche sono state particolarmente significative per proseguire nella nostra analisi:

La *Theory/Perspective Triangulation* che ha permesso di guardare la mappa attraverso diverse prospettive teoriche, tra le quali vi è la Teoria dei grafi, che ha portato ad utilizzare i “cicli” per fare un'analisi di alcuni triangoli particolari.

La *External Audits* che ha coinvolto un ricercatore/esperto di dati che avesse familiarità con la NA, nonché con la teoria dei grafi. Questo ha permesso di evidenziare alcuni parametri, utilizzabili attraverso il software, che potessero dare un contributo all'analisi che si stava svolgendo.

Dopo aver utilizzato i parametri suggeriti, è stata fatta una nuova *Analyst Triangulation*. Questa volta, però, oltre alla presenza dei ricercatori e dei relatori vi erano anche laureandi in Didattica e Storia della Fisica, che sono intervenuti nelle riflessioni fatte durante il corso di *Advanced Skills* allo

lo scopo di poter discutere e far emergere idee su come utilizzare eventuali parametri della NA e come poterli intrecciare, in modo da ottenere risultati significativi per tale lavoro di tesi.

Attraverso questo incontro è emerso che, per caratterizzare maggiormente la mappa, vi era la necessità di utilizzare un tipo di analisi che non studiasse solo la mappa da un punto di vista globale ma che permettesse di inquadrare alcune sue peculiari caratteristiche attraverso un'analisi di tipo locale.

Queste riflessioni hanno condotto all'utilizzo della teoria dei grafi, in particolare dei cicli a tre vertici per andare a selezionare alcuni triangoli particolari.

Da quest'analisi si è anche notato che dall'analisi di elementi di una singola mappa non si avevano contributi particolarmente significativi ma, gli elementi emersi dall'analisi delle singole mappe prendevano significato nel confronto fra mappe.

FASE 7. Analisi di tipo locale sulla dinamica dei nodi all'interno della mappa

Nella precedente fase, si è visto come i cicli più brevi sono stati utilizzati per fare un'analisi di tipo locale sui singoli nodi e sulle loro connessioni. In questo modo si sono voluti individuare quei concetti che potessero caratterizzare la struttura interdisciplinare delle mappe e per questo, chiamati “nodi cruciali”. Da questa, si è poi passati ad estendere il punto di vista della nostra analisi.

L'obiettivo di questa fase era realizzare un'analisi quantitativa considerando i valori della BC di tutti i nodi. Questo ha permesso di individuare quei nodi che, secondo questo algoritmo, fossero maggiormente importanti per la connessione di coppie di concetti all'interno della mappa e, pertanto, definiti “nodi ponte”. A seguito dell'individuazione di nodi ponte è stata fatta una seconda analisi, con l'intento di osservare e studiare la risposta del nostro sistema rete ad eventuali perturbazioni esterne. Utilizzando proprio i nodi analizzati con la BC, che erano emersi fino ad allora, ed i nodi cruciali si è passati ad osservare come la coesione della rete potesse variare in seguito alla loro eliminazione e come, a sua volta, potesse variare anche l'APL.

Da questa tecnica è stato possibile studiare quali potessero essere quei nodi critici, all'interno dei due interventi analizzati, tali che la loro assenza comportasse una perdita di coesione sull'intera rete.

FASE 8. Revisione e stabilizzazione delle domande di ricerca

Gli interventi analizzati in questo lavoro di tesi sono stati pensati per presentare strumenti interdisciplinari per l'analisi e la comprensione dei testi scientifici. Ci si è allora chiesti: quali caratteristiche dovessero possedere per assolvere tale compito? In che modo esse sono elementi comuni nei vari interventi? ed infine, da cosa possono emergere? Da queste osservazioni, ci si è allora interrogati su quale percorso di ricerca intraprendere per poter caratterizzare una lezione a scopo

interdisciplinare. Questa riflessione ha condotto a pensare ad una domanda di ricerca che dovesse incentrarsi nel trovare una caratteristica comune a questi interventi e, che permettesse di caratterizzare una lezione interdisciplinare, indifferentemente dai temi trattati. Da ciò si è arrivati alla formulazione delle seguenti domande di ricerca:

1. *Che tipo di informazioni possiamo ricavare dalla conversione di una lezione in una mappa tematica?*
2. *L'analisi della mappa tematica, ci permette di individuare e di riconoscere dei pattern interdisciplinari dall'analisi di una lezione disciplinare? Se sì, in che modo?*

Capitolo 4. Analisi Dati

La metodologia mista utilizzata ha portato alla costruzione di due mappe tematiche, una per ciascun intervento, la cui analisi è stata condotta su tre livelli:

- analisi di tipo globale, con l'obiettivo di osservare ed analizzare le possibili macrostrutture presenti all'interno della mappa tematica;
- analisi di tipo locale su nodi particolarmente significativi e sui loro collegamenti;
- analisi di tipo locale su come la presenza o assenza dei nodi influenza la dinamica della mappa.

Questi tre livelli, che mostrano i tre diversi processi di analisi effettuati sulle reti, si articolano nel presente capitolo in modo da poter rispondere alle seguenti domande di ricerca:

1. *Che tipo di informazioni possiamo ricavare dalla conversione di una lezione in una mappa tematica?*
2. *L'analisi della mappa tematica, ci permette di individuare e di riconoscere dei pattern interdisciplinari dall'analisi di una lezione disciplinare? Se sì, in che modo?*

Queste domande hanno lo scopo di comprendere che tipo di informazioni possono fornirci le mappe tematiche nell'analisi di lezioni disciplinare tenute da singoli docenti e, se è possibile, identificare e riconoscere dei pattern di interdisciplinarietà.

Il capitolo si articola in tre paragrafi, ciascuno dedicato ad un livello di analisi. In ognuno possiamo trovare sia una parte in merito all'analisi dei dati, sia una parte in merito ai risultati ottenuti da quest'ultima, ed infine una parte riguardo l'interpretazione che viene fatta della precedente.

Nel paragrafo 4.1 si presenterà un'analisi globale delle mappe attraverso due passaggi: nel primo, ci si soffermerà sui singoli cluster studiandone i rispettivi nodi e le loro connessioni; nel secondo, invece, si studieranno le interazioni che avvengono tra i cluster. Entrambi i passaggi saranno seguiti dai rispettivi risultati che verranno poi ripresi ed interpretati al fine di poter rispondere alla prima domanda di ricerca.

Nel paragrafo 4.2 si presenterà un'analisi di tipo locale applicata a dei particolari triangoli estrapolati dalle rispettive mappe, per cui verrà illustrato il procedimento di estrapolazione e selezione dei triangoli. Le conclusioni ottenute da quest'analisi permetteranno di indirizzare le successive riflessioni nella risposta alla seconda domanda di ricerca.

Nel paragrafo 4.3 verranno riprese le precedenti interpretazioni, implementandole con l'analisi della BC e dell'APL, al fine di individuare quei nodi che possano avere un impatto sulla mappa a livello globale.

traiettorie, disegnare, ...), sia espressioni più generali che invece servono da contesto e struttura organizzativa del discorso (ad esempio Livello epistemologico fisico, Livello ontologico matematico, ...).

Se si analizzano gli oggetti si evince come quelli emergenti corrispondano ai più utilizzati nei discorsi, ossia i protagonisti di molte frasi; questo lo si può vedere ad esempio in entrambe le mappe dalla dimensione del nodo *parabola*, argomento su cui si sono concentrati entrambi gli interventi. Da questo dato si è passati ad indagare i nodi collegati a tali oggetti importanti, appartenenti allo stesso cluster, notando che in diversi casi questa ramificazione comprendeva temi usati in ben precise argomentazioni portate avanti negli interventi. Questa osservazione, però, deve tener conto del fatto che in diversi cluster non vi è un solo nodo predominante ma ve ne possono essere di diversi, con un diverso valore di PageRank ma pur sempre alto rispetto agli altri nodi. Se tra questi nodi vi è un collegamento e se entrambi sono oggetti si può osservare come nel loro insieme possano rappresentare un preciso momento discorsivo all'interno degli interventi (esempio è il collegamento tra i nodi *disegnare* e *parabola* nel cluster verde della Figura 4.1).

Se invece si considerano i nodi rappresentanti espressioni più generali (come i nodi *Livello*) si evince come essi facciano riferimento ad un meta-discorso ed ai possibili modi attorno a cui si organizza la conoscenza. Se, ad esempio, si considera il nodo *Contestualizzazione storica* (in entrambe le figure) si osserva che da esso si diramano nomi di personaggi famosi nella storia matematico-fisica. Questo è sinonimo del fatto che vi sono stati dei discorsi in cui si è data importanza alla collocazione storica di determinati personaggi. Se invece si prendono i *Livelli* si osserva che la loro ramificazione è molto più variegata, questo perché rappresentano delle entità che sottendono il discorso e ne danno allo stesso tempo significato, caratterizzando la disciplina a cui si stanno riferendo. Prendendo ad esempio nella Figura 4.1 il cluster verde, si osserva come in esso i nodi predominanti sono un misto tra nodi oggetto e nodi *Livelli* (*parabola*, *Liv Epistemologico mat*, *Liv Metodologico fis*). Questa loro interconnessione fa notare come vi sia una stretta interconnessione fra nodi oggetto e nodi *Livelli*, e come questi ultimi appaiano portanti nel discorso, soprattutto nella prima mappa dove i nodi *Livelli* hanno un valore di Page Rank più elevato e sono più distribuiti fra i vari cluster. Inoltre, nella prima mappa, è possibile vedere un maggiore equilibrio fra i nodi *Livelli* di natura matematica e quelli di natura fisica.

Da quest'analisi di tipo globale, è stato quindi possibile vedere come all'interno degli interventi vi siano stati dei temi, espliciti e non, che ne hanno caratterizzato i discorsi. Tali temi hanno poi permesso, grazie ai loro numerosi collegamenti, la creazione e la caratterizzazione dei cluster stessi.

I cluster quindi, nell'insieme dei nodi che li compongono, rappresentano diversi discorsi accomunati da una strategia discorsiva di fondo inerente ai loro contenuti.

Secondo passaggio

È stata fatta, fin qui, un'analisi soffermandosi sulle diverse lenti di indagini con cui si possono analizzare singoli cluster (Appendice A, Appendice B), sia sul significato dei nodi sia sulla loro interconnessione all'interno dello stesso cluster. Si vuole ora ampliare l'analisi appena fatta considerando tutti i cluster. Viene fatto ciò poiché se, idealmente, ad ogni cluster corrispondesse un tema allora una loro interconnessione implicherebbe un dialogo tra questi temi; che come si vedrà è un indice anche di come un discorso viene trattato. Questo dialogo lo si può vedere analizzando nel dettaglio i collegamenti tra i diversi nodi. Prendendo ad esempio il nodo oggetto *traiettoria* nel cluster azzurro della Figura 4.1 ed osservando le sue connessioni con altri oggetti appartenenti a cluster diversi dal suo, si notano ad esempio i collegamenti con *palla* (verde), *coesistenza* (arancione) e *matematizzazione* (viola). Ad ognuno di questi collegamenti, corrisponde un contesto diverso in cui il termine *traiettoria* è stato usato per esprimere concetti diversi: con la *palla*, ci si riferisce alla posizione che quest'ultima occupa lungo un intervallo di tempo; con *coesistenza*, ci si riferisce alla *traiettoria* vista come scomposizione del moto naturale e violento; con *matematizzazione*, ci si riferisce al passaggio della *traiettoria* da oggetto fisico ad oggetto matematico. Come si vede, quindi, le connessioni tra oggetti appartenenti a cluster diversi sono riconducibili a diverse parti del discorso che, in questo caso, hanno in comune il termine *traiettoria*. In base sia alle strategie discorsive che al lessico utilizzato, ci possono anche essere collegamenti di più difficile interpretazione ed è proprio per questo che, per il suddetto lavoro di tesi, è stata importante una triangolazione con le relatrici degli interventi e con altri ricercatori.

Per quanto riguarda i nodi *Livello* si vuole sottolineare, nuovamente, come essi offrano una caratterizzazione dei vari discorsi fatti durante la lezione ma, questa volta, tramite connessioni verso oggetti non appartenenti solamente allo stesso cluster.

Questo significa che, nella trattazione dei vari argomenti, i diversi *Livelli* sono stati usati in differenti parti delle lezioni e non unicamente in precisi discorsi. Inoltre, notiamo come questo riesca a riflettere la diversa trattazione che viene fatta anche di singoli oggetti; se si prende nuovamente ad esempio il nodo *traiettoria* della Figura 4.1, si osserva come ad esso siano collegati sia il nodo *Liv Epistemologico mat* (viola) che il nodo *Liv Epistemologico fis* (verde) e questo perché, come si è visto anche dalla sua connessione con il nodo *matematizzazione*, ha subito una trattazione discorsiva tale da evidenziare la sua evoluzione da oggetto fisico ad oggetto matematico. Le connessioni però non avvengono solo tra gli stessi *Livelli* ma anche con gli oggetti in quanto, come detto nel capitolo

precedente, vi sono stati casi in cui i discorsi erano sottesi da più di un livello e questo ha comportato una loro conseguente connessione nella mappa.

L'analisi di queste macrostrutture è stata presentata e discussa con le relatrici che rianalizzando a posteriori i loro discorsi, hanno riconosciuto le macrostrutture emergenti dalle singole mappe e il diverso ruolo giocato dai nodi *Livello* nei due discorsi.

Sia dai risultati della precedente analisi sui singoli cluster e sia dall'analisi globale della mappa, si può quindi dire che le macrostrutture, emergenti dalle singole mappe, possano rappresentare le strategie discorsive usate dai relatori e conseguentemente gli interventi stessi. Questa analisi, comunque, non ci fornisce nessuna informazione sull'emergere di strutture più tipiche di un discorso legato alla disciplina fisica o di un discorso legato alla disciplina matematica.

4.2 Analisi locale dei triangoli

Con questo secondo livello di analisi, si è voluto ricercare quali potessero essere quegli elementi in grado di far emergere concetti interdisciplinari tali da caratterizzare gli interventi.

Allo scopo di individuare questi elementi, si è allora cercato di utilizzare un tipo di analisi che non studiasse la mappa da un punto di vista globale ma, che permettesse di indagarla più con una prospettiva locale e, nello specifico, attraverso l'uso dei "cicli". Nella "Teoria dei grafi" un *ciclo* è quel percorso continuo che congiunge più nodi ma che inizia e finisce con uno stesso, senza che vi sia un nodo percorso per due volte; il *ciclo* più breve possibile è un *triangolo*.

Ragionando sul fatto che i nodi all'interno di uno stesso cluster sono accomunati da un tema di fondo e che quindi è più facile trovarli collegati tra di loro, allora è proprio per via della natura stessa dei cluster, nel suddividere la rete in aree tematiche, che è meno probabile trovare nodi connessi tra di loro e che appartengano a cluster differenti. Da questa assunzione, si è allora convenuto che uno strumento possibile per individuare percorsi peculiari all'interno dei discorsi potesse essere proprio il *triangolo*. Si è pensato che: se il ciclo tra i nodi può essere interpretato all'interno di un discorso allora quei triangoli che toccano tre cluster differenti, e quindi tre temi differenti, potrebbero essere particolarmente significativi. In questo modo, ogni triangolo costituisce un'intersezione tra più cluster diversi. Questa intersezione la si deve però interpretare come un intreccio tra temi diversi, che può così permettere di far emergere quei concetti tali da dare adito alla presenza di una struttura del discorso insita nella rete analizzata (l'interdisciplinarietà).

Con questa tecnica, si è andati a ricercare tutti quei triangoli i cui nodi fossero appartenenti ad un cluster diverso.

Nel procedimento attuato, per costruire i triangoli, è stato scelto un nodo A e si sono catalogati tutti i nodi ad esso collegati (es.: B, D, F, G, L), è stato poi fatto lo stesso procedimento per ognuno di questi nodi che si collegavano con A al fine di trovare tra i loro collegamenti quei nodi collegati con A (es.: applicando la procedura sul nodo B si osserva che ha diversi nodi collegati, tra cui il nodo G, che abbiamo visto essere collegato con A). In questo modo è possibile trovare un ciclo-triangolo composto da A e da due dei suoi collegamenti, che si collegano tra di loro. Questo procedimento è stato poi esteso su tutti i nodi della mappa, fino ad avere tutti i triangoli esistenti all'interno della nostra rete. Dopo questa operazione è stato poi applicato un filtro per ottenere triangoli in cui tutti e tre i nodi appartenessero a cluster differenti, per poi poter trasformare graficamente il tutto corrispettivamente per le due mappe, come di seguito riportato:

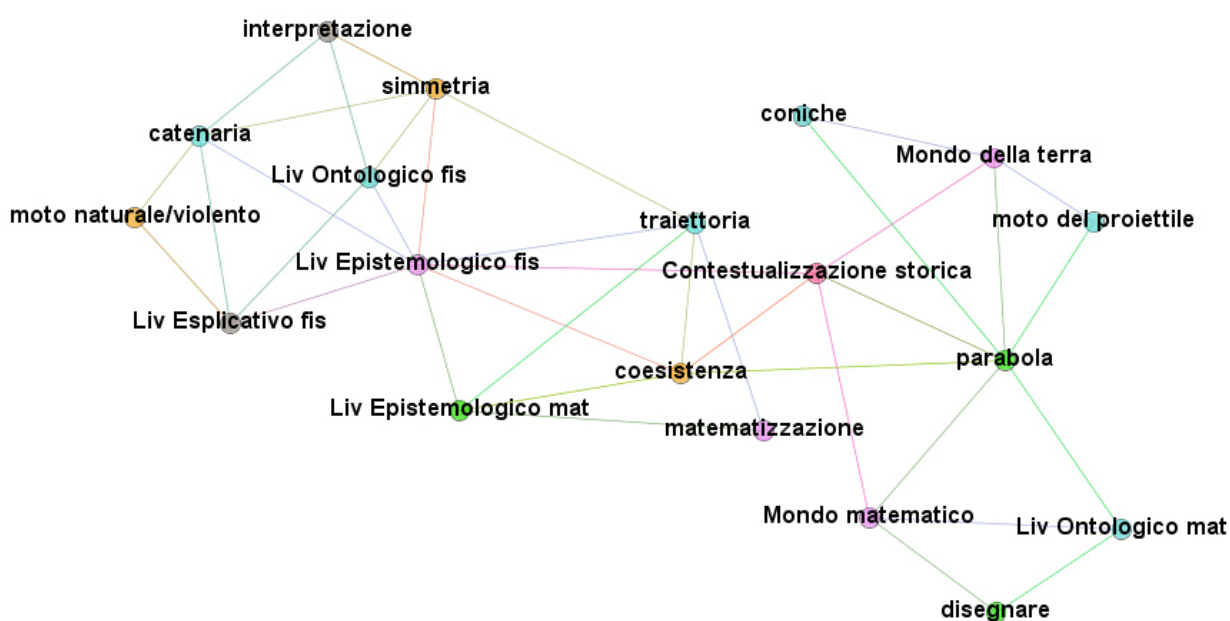


Fig 4.3 - Triangoli Mappa 1

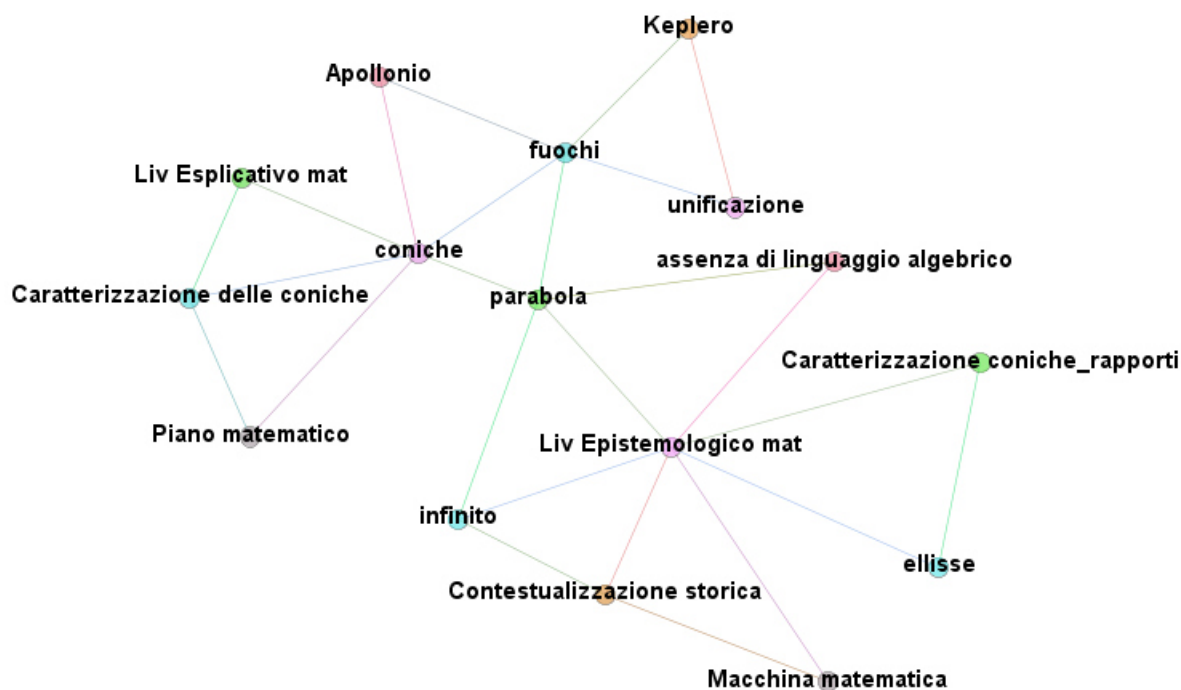


Fig 4.4 - Triangoli Mappa 2

Nell'analizzare queste due mappe si è notato come dai triangoli aventi più di due *Livelli* non si riuscissero a trarre considerazioni che non fossero già emerse nella precedente analisi.

Inizialmente, ci si è quindi soffermati ad analizzare quei triangoli che avessero al massimo un solo nodo *Livello*, successivamente l'analisi si è spostata su quelli che ne possedevano due, al fine di poter avere ulteriori interpretazioni.

➤ *Analisi dei triangoli estrapolati dalla mappa 1*

Per quanto riguarda la Figura 4.3, i triangoli selezionati sono:

1. *Liv Epistemologico fis – simmetria – traiettoria;*
2. *Liv Epistemologico fis – simmetria – catenaria;*
3. *matematizzazione – traiettoria – Liv Epistemologico mat;*
4. *Mondo matematico – parabola – Liv Ontologico mat.*

Dall'analisi dei primi due osserviamo che hanno in comune il nodo *simmetria*; il quale assume un ruolo di coordinatore tra triangoli, ma non solo questo. Esso, inserito nei triangoli, ci permette di vedere come funge da collegamento tra le due discipline scientifiche. Oltretutto, come vedremo a breve, tale nodo porterà anche ad un intreccio tra triangoli che permetterà di leggerli come un sistema in cui si ha un'evoluzione concettuale, nonché epistemologica, di alcuni termini significativamente rilevanti.

Nel primo triangolo (*Liv Epistemologico fis – simmetria – traiettoria*) abbiamo che l'oggetto fisico della traiettoria compie un importante salto epistemologico venendo associato al concetto di simmetria. Questa associazione, non solo riesce a caratterizzare l'oggetto fisico della traiettoria, ma dà il via alla ricerca, nel mondo matematico, di quegli oggetti che possano rappresentare la traiettoria stessa (ora simmetrica).

Nel secondo triangolo (*Liv Epistemologico fis – simmetria – catenaria*) vediamo invece che il concetto di simmetria funge da ponte tra l'oggetto matematico della catenaria e la sua applicazione come immagine atta a descrivere una traiettoria, la quale è vista come oggetto fisico ed è anch'essa caratterizzata dal concetto di simmetria.

Si osserva quindi che in due triangoli diversi la parola simmetria, applicata prima ad un oggetto fisico e poi ad un oggetto matematico, ha permesso di poter fare un'evoluzione epistemologica a quegli stessi oggetti. Il nodo simmetria sembra rappresentare un concetto che rende tali triangoli interdisciplinari ed è grazie ad esso che si può costruire un'evoluzione epistemologica degli oggetti disciplinari.

La simmetria, quindi, è quel concetto che lega la matematica con la fisica, facendo da ponte tra il problema che si vuole studiare, che è fisico nel caso del discorso della prof.ssa Fantini, e la costruzione del modello matematico. Questo significato diventa esplicito dall'analisi di questi triangoli che, si ricorda, non hanno collegamenti costruiti temporalmente ma sono costruiti in base al flusso del discorso dell'intervento.

Nel terzo triangolo (*matematizzazione – traiettoria – Liv Epistemologico mat*) non abbiamo più il nodo simmetria, atto a definire delle proprietà verso la nostra traiettoria ma abbiamo la *matematizzazione* che in maniera più generale ci dice come sta avvenendo l'evoluzione epistemologica della traiettoria: la traiettoria, come oggetto fisico, sta acquisendo delle proprietà matematiche (simmetria). Questo discorso può essere ulteriormente ampliato osservando anche il terzo nodo del triangolo, ossia il *Liv Epistemologico mat*, in quanto ci dice come la traiettoria, prima solo oggetto fisico, ora invece sta divenendo un oggetto sia fisico che matematico e quindi come tale avrà anche una sua epistemologia matematica, oltre a quella fisica.

Nel quarto triangolo (*Mondo matematico – parabola – Liv Ontologico mat*) si osserva come sia protagonista la parabola. In quanto conica è un oggetto matematico e, vista all'interno dell'insieme delle coniche, ha una sua ontologia. Il nodo "mondo matematico" rappresenta un'espressione che inquadra, indirettamente, la transizione che si è avuta da una visione del mondo fatto solo di fenomeni fisici, ad uno comprensivo anche delle proprietà matematiche. In questo modo, si comprende come il collegamento *parabola - Mondo matematico*, voglia intendere come la parabola sia stata una protagonista di tale transizione.

Abbiamo visto come i primi due triangoli hanno in comune il nodo *simmetria* e come esso assume delle caratteristiche peculiari e versatili sia nell'ambito matematico che fisico. Vogliamo ora espandere il nostro punto di vista soffermandoci su quei triangoli che, presi nel loro insieme, offrono un'interessante caratterizzazione del concetto di simmetria.

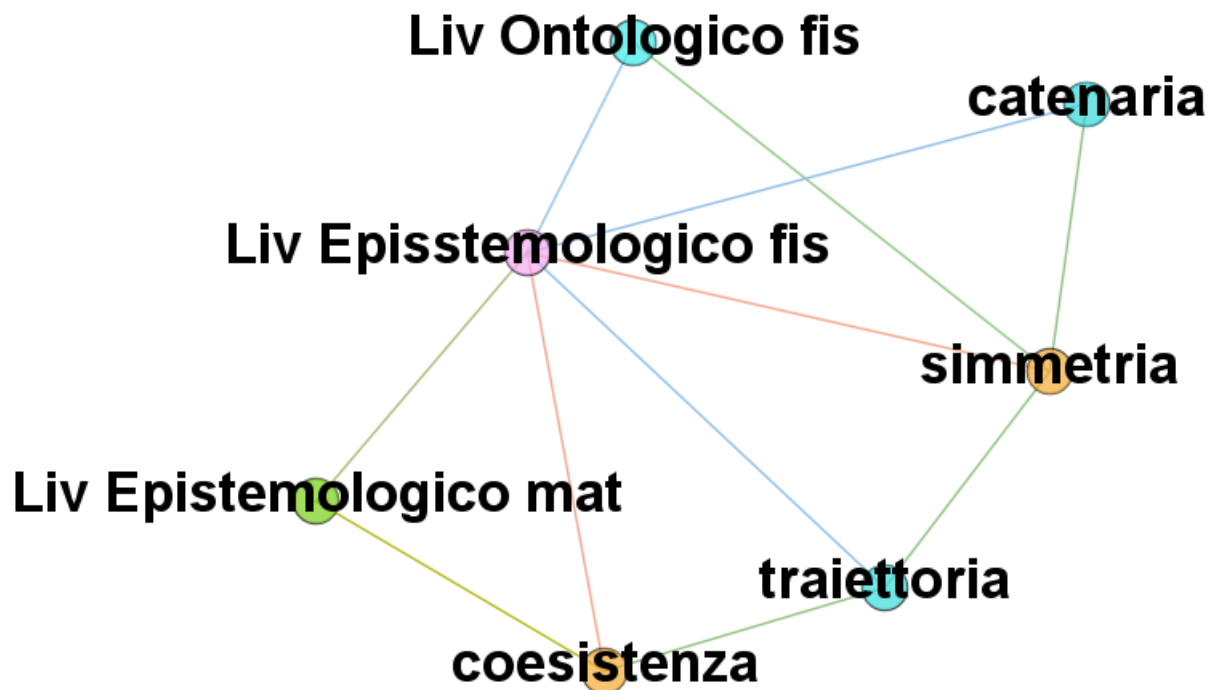


Fig 4.5 – triangoli Mappa 1

Sono stati considerati, prima di tutto, i triangoli aventi in comune il nodo *simmetria*, per poi passare all'individuazione di altri che avessero un nodo in comune con i precedenti e che si legassero a livello discorsivo con il concetto di simmetria. Come risultato, oltre ai primi due triangoli già analizzati, ne sono stati scelti anche degli altri non aventi in comune il nodo di *simmetria*, ma avendo invece il nodo *Liv Epistemologico fis*.

In questo insieme di triangoli quello rappresentato da i due *Livelli* si presta sotto la configurazione che prima abbiamo escluso, ma che in tale contesto d'insieme assume un significato più completo. La *coesistenza* (tra i moti naturali e violenti) rappresenta un salto concettuale molto importante dal punto di vista epistemologico, sia matematico che fisico, in quanto la curva, che rappresenta graficamente sia il moto naturale che violento e che non è altro che la traiettoria del corpo, è simmetrica. Il salto epistemologico consiste nell'avere una *traiettoria* pensata simmetrica il cui corrispettivo nodo ci lega a sua volta con il concetto di *catenaria*, che ci permette di esplicitare questa

simmetria da un punto di vista matematico. La *simmetria* è quindi quel ponte tra i triangoli che lavora sia sulla traiettoria, che rappresenta un oggetto fisico, sia sulla catenaria, che invece è un oggetto matematico. Questa interconnessione tra i due triangoli ci è data proprio grazie al loro lato in comune *Liv Epistemologico fis – simmetria*, che permette quindi questa stretta correlazione a livello epistemologico.

La *coesistenza* dei moti permette di dare una nuova forma alla traiettoria, facendo compiere quel salto epistemologico che ci porta al concetto interdisciplinare di simmetria consentendo di associare la traiettoria, oggetto fisico, con la catenaria, oggetto matematico, che a sua volta è simmetrica.

Dall'analisi dei triangoli, inerenti alla Figura 4.1, si è osservato come dai nodi caratterizzanti le due discipline ve ne sia uno in particolare, che riesce a creare un forte legame tra quest'ultime: *simmetria*. Nonostante l'intervento correlato a tale analisi sia fatto partendo da una base argomentativa di tipo fisica, l'oggetto trovato permette di interconnettere quest'ultima con la matematica. È un nodo tra due discipline, che può essere utilizzato sia per caratterizzare l'una che l'altra, possedendo quindi quelle qualità capaci di far emergere aspetti interdisciplinari.

Avviene quindi un interscambio continuo tra il livello epistemologico matematico e fisico, ove la simmetria si colloca permettendo di legare i due oggetti, di natura molto diversa. Da una parte abbiamo la matematica e dall'altra abbiamo la fisica, e ciò che li lega è il concetto di simmetria.

➤ *Analisi dei triangoli estrapolati dalla mappa 2*

Analizzando invece la Figura 4.4, i triangoli che si è deciso di prendere in considerazione sono stati i seguenti:

1. *infinito – parabola – Liv Epistemologico mat;*
2. *infinito - Contestualizzazione storica – Liv Epistemologico mat;*
3. *fuochi – unificazione – Keplero.*

Nel primo triangolo (*infinito – parabola – Liv Epistemologico mat*) si osserva che, anche se il tema centrale della lezione è la parabola, il protagonista è il termine infinito.

Esso è un oggetto sia matematico associato alle coniche (parabola) sia un oggetto molto fisico, in quanto associato ad esempio, agli studi di ottica che Keplero fa sui fuochi. Attraverso questi studi, quindi, l'infinito risulta essere quell'oggetto che riesce a caratterizzare la parabola come conica.

Il secondo triangolo (*infinito - Contestualizzazione storica – Liv Epistemologico mat*) è stato analizzato in quanto la *Contestualizzazione storica* applicata al tema dell'*infinito*, in un contesto epistemologico, può far pensare ad una sua evoluzione. Evoluzione che spazia tra la caratteristica

matematica dei fuochi presenti nelle coniche all'infinito, tra gli studi di ottica e tra il passaggio concettuale che si è avuto da cosmo ad universo. L'infinito è quindi un termine molto denso di significato applicabile sia ad oggetti matematici che fisici.

Nel terzo caso che si vuole riportare (*fuochi – unificazione – Keplero*), si riprende quanto è stato detto nel precedente triangolo, osservando come la figura di Keplero sia stata importante nell'unificare le coniche attraverso la variazione della posizione di uno dei fuochi, che variando ne varia il tipo di conica che si va a formare. Keplero ha permesso, attraverso i suoi studi di ottica, di far progredire un ambito matematico attraverso lo studio di quest'ultimo in ambito fisico ed è questo che rende l'*unificazione* delle coniche un elemento distintivo nel passaggio interdisciplinare. Oltre tutto, il saper tradurre la variazione dei fuochi con le rispettive coniche permette anche di estendere il concetto di infinito, in quanto la conica che possiede uno dei fuochi all'infinito è proprio la parabola, tema di base delle lezioni analizzate.

Analizzando questi ultimi triangoli, si è visto come il nodo *infinito* possa essere un nodo particolarmente caratterizzante ai fini interdisciplinari del secondo intervento. La natura interdisciplinare di tale nodo, gli permette di essere a cavallo tra due mondi, quello fisico in cui Keplero lo applica al concetto di "fuoco all'infinito" e quello matematico, dove, quest'ultimo concetto permette l'unificazione delle coniche.

Attraverso quest'analisi è stato possibile osservare come per entrambe le mappe sia stato possibile riconoscere dei nodi caratterizzanti che hanno sia il ruolo di collegare cluster tematici ma anche le due discipline. Questi nodi ponte possono essere letti come nodi interdisciplinari che permettono di creare percorsi tematici attraverso cui si possa passare dalla matematica alla fisica e viceversa, ma sempre attraverso una loro evoluzione epistemologica.

Questo risultato mostra quindi che vi è un elemento peculiare nei discorsi interdisciplinari: la presenza di particolari concetti, che consentono di osservare, confrontare ed intrecciare le diverse discipline da un'unica prospettiva. Questi nodi, dato il loro importante ruolo nel mettere in evidenza i punti di connessione all'interno delle mappe ed in particolare sottolinearne gli aspetti interdisciplinari, sono stati chiamati "nodi cruciali".

4.3 Analisi della dinamica nodi – mappa globale

In questo terzo livello di analisi si passerà a studiare i nodi, non più osservandone i singoli collegamenti, ma analizzando come la loro presenza/assenza influenzi la struttura comunicativa dell'intera rete.

L'intento è quello di vedere se sia possibile mettere in evidenza un'eventuale struttura intrinsecamente interdisciplinare presente negli interventi analizzati.

In questa maniera, si vogliono porre le basi per una modellizzazione di un'ipotetica lezione interdisciplinare tra matematica e fisica. Si cercherà di fare ciò attraverso lo studio della BC e dell'APL dei singoli nodi. Dove, il primo ci dà un'indicazione su quanto un nodo è stato usato come ponte di collegamento tra altri nodi e quindi ci può dire, indirettamente, che importanza è stata data a determinati nodi negli interventi corrispondenti; il secondo, servirà per comprendere quali sono quei nodi critici per la coesione dell'intera rete. Infine, questi valori serviranno poi da metodo di confronto tra i due interventi, in modo da poter osservare quale possano essere le loro caratteristiche ricorrenti.

Nel presente paragrafo vengono di seguito riportate, per ognuna delle due mappe analizzate, i grafici che illustrano l'andamento dei nodi in base ai valori di BC e di APL.

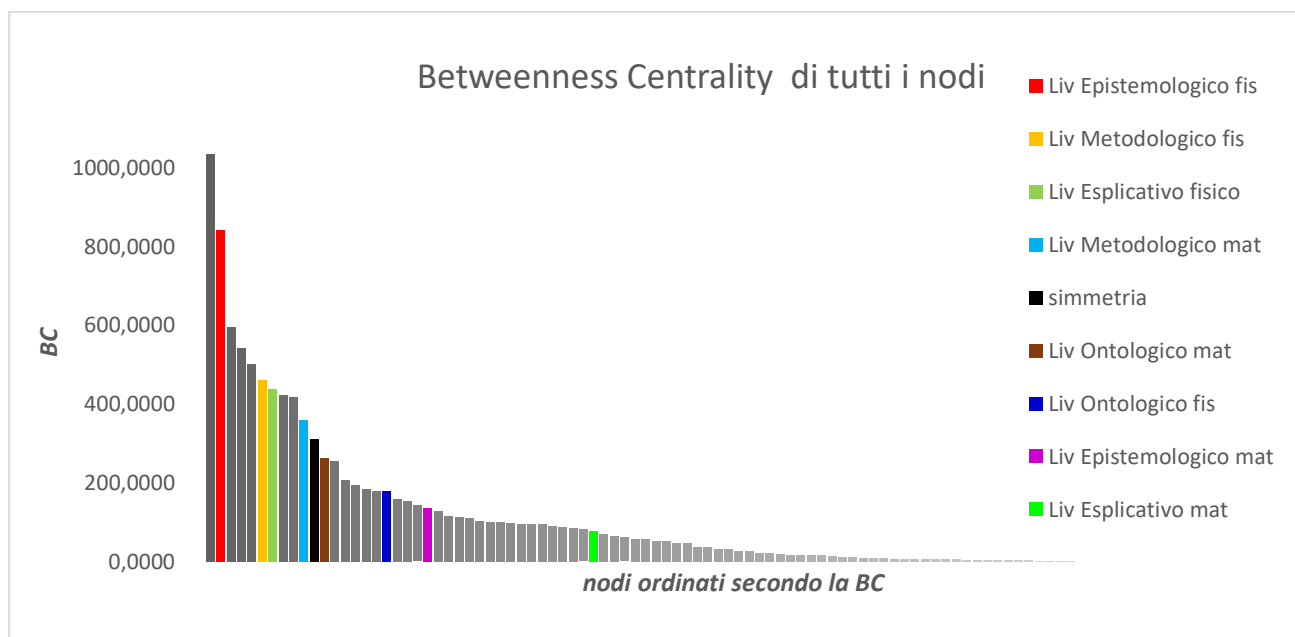


Figura 4.6 – BC della mappa 1

Variazione della BC in funzione dell'importanza che hanno i singoli nodi nell'essere ponti di collegamento tra i nodi nell'intera mappa 1. Vengono riportati con colori diversi i nodi livello ed il nodo cruciali emerso nel paragrafo 4.2.

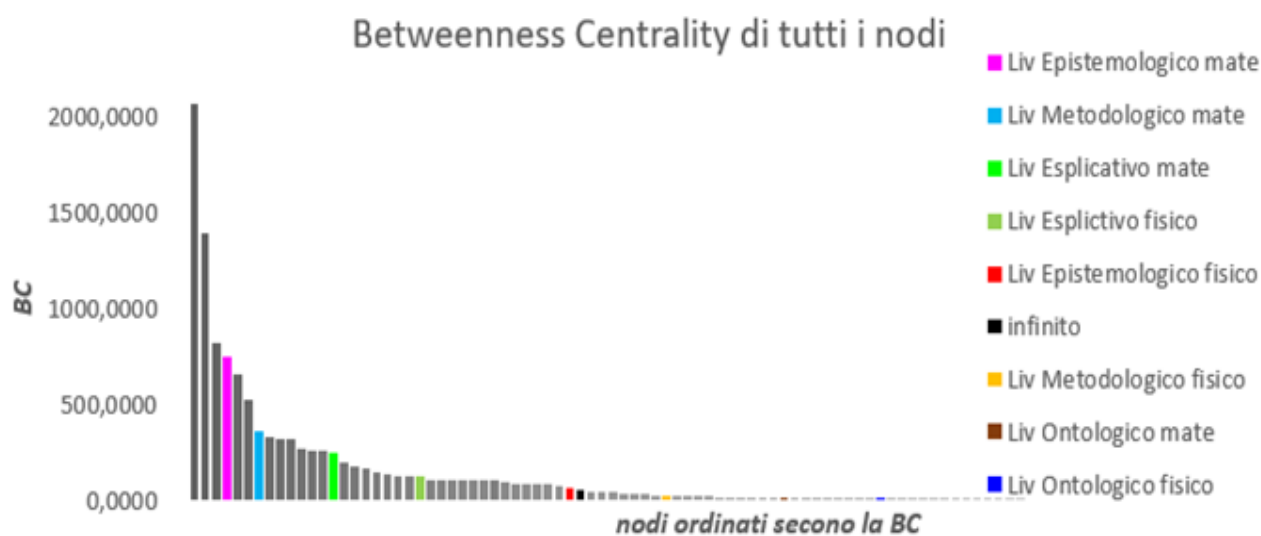


Figura 4.7 – BC della mappa 2

Variazione della BC in funzione dell'importanza che hanno i singoli nodi nell'essere ponti di collegamento tra i nodi nell'intera mappa 2. Vengono riportati con colori diversi i nodi livello ed il nodo cruciale emerso nel paragrafo 4.2.

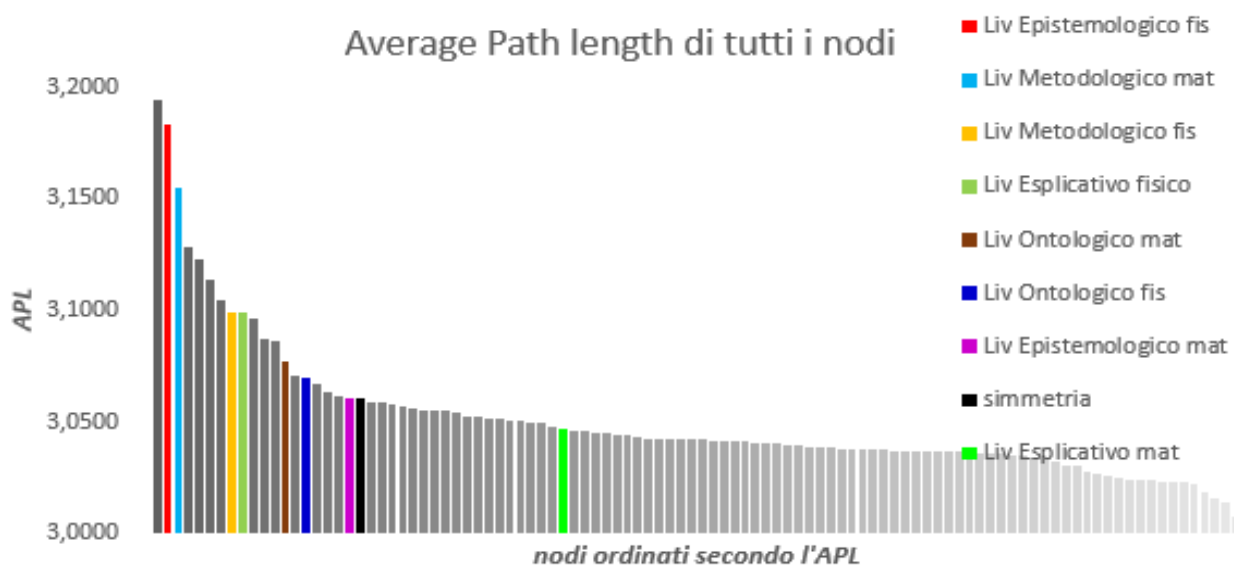


Figura 4.8 – APL della mappa 1

Variazione dell'APL in seguito alla rimozione di ciascun nodo presente nella mappa 1, che vengono poi visualizzati in base al loro corrispondente effetto. Vengono riportati con colori diversi i nodi livello ed il nodo cruciale emerso nel paragrafo 4.2.

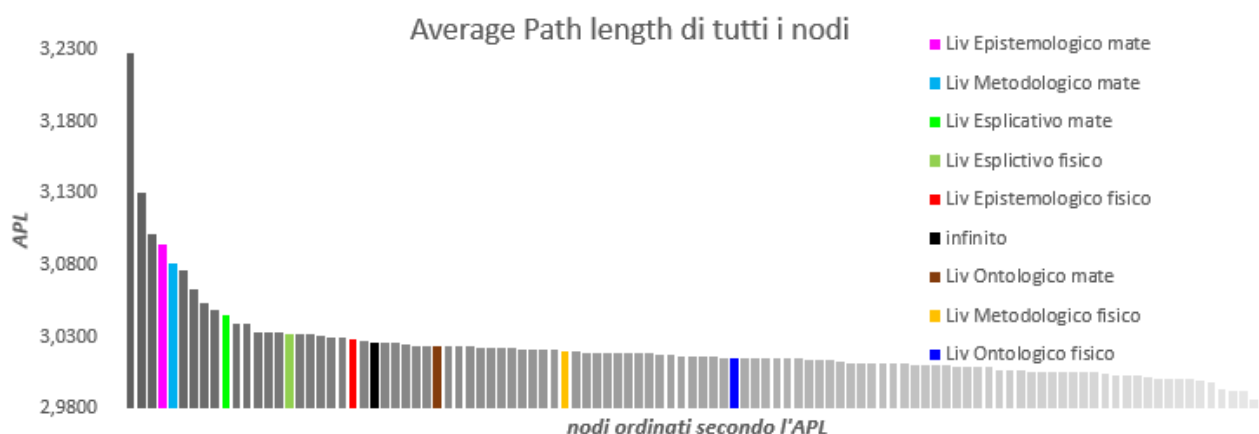


Figura 4.9 – APL della mappa 2

Variazione dell'APL in seguito alla rimozione di ciascun nodo presente nella mappa 2, che vengono poi visualizzati in base al loro corrispondente effetto. Vengono riportati con colori diversi i nodi livello ed il nodo cruciale emerso nel paragrafo 4.2.

➤ *Analisi dei nodi ponte*

Per le seguenti analisi sarà utile definire una particolare tipologia di nodi, i “nodi ponte”. Con essi si intende quei nodi che fungono da collegamento tra i nodi all'interno della mappa e sono scelti in base al loro valore di BC. In tal modo essi ci danno un'indicazione su quali siano quei nodi per cui si passa più spesso attraverso durante le varie strategie discorsive.

Consideriamo i primi cinque nodi con più alto BC per entrambe le mappe, che consideriamo essere nodi ponte particolarmente importanti:

- Mappa 1: parabola, Liv Epistemologico fis, Mondo della terra, Mondo matematico, osservazione;
- Mappa 2: coniche, parabola, fuochi, Liv Epistemologico mat, Apollonio.

Dalla loro analisi possiamo subito notare che, in entrambe le mappe, il nodo ricorrente è *parabola* che ci conferma il tema centrale della lezione, ma se osserviamo la Mappa 2 notiamo che il primo nodo è *coniche*. Questo è dovuto al fatto che nell'intervento corrispondente la parabola si va a strutturare soprattutto con l'accezione delle coniche, di cui lei stessa fa parte.

Se osserviamo quei nodi, da un punto di vista disciplinare, si nota che tra quelli della Mappa 1 troviamo sia nodi di carattere fisico (*Liv Epistemologico fis*) che matematico (*Mondo matematico*), a differenza invece di quanto accade per la Mappa 2 in cui abbiamo solo quelli di tipo matematico. Nella lista di questi cinque nodi con più alto BC per entrambe le mappe si nota un altro elemento in comune, il Livello Epistemologico. È infatti significativo notare che per entrambe le mappe, tra i nodi più importanti vi sia un unico livello e questo stesso è il medesimo tipo nelle due mappe (*Liv*

Epistemologico fis/mat). La differenza è nella disciplina a cui è legato, fisica per la Mappa 1 e matematica per la Mappa 2. Quest'ultima osservazione conferma la validità delle mappe nel rappresentare strategie discorsive attuate durante una lezione disciplinare, ma ci dice anche qualcosa di più profondo. I nodi analizzati sono stati considerati nodi ponte particolarmente importanti e questo implica che, il *Livello Epistemologico*, in entrambe le mappe, è un elemento cardine nella mappa, per cui passano tutti i discorsi al fine di assumere un significato. Vi è una struttura epistemologica di fondo che definisce le strategie discorsive.

➤ *Analisi dei nodi cruciali*

Come prima osservazione, si è andati ad indagare i nodi cruciali individuati dalla precedente analisi. Dall'analisi delle Figure 4.6 e 4.7, si osserva che: mentre il nodo *simmetria* ha un alto valore nella sua rete, il nodo *infinito* ne ha invece uno basso.

Mentre nella precedente analisi, la presenza di questi nodi nei triangoli implicava che ognuno di essi fungeva da collegamento tra il proprio cluster tematico ed i due collegati ad esso; ora, l'essere nodi con un alto valore di BC implica essere un ponte tra i nodi stessi, in particolare il più breve collegamento tra due di essi. Da ciò, analizzando la Figura 4.7 inerente alla mappa 2, si può dire che il nodo *infinito* è poco presente all'interno della discussione ed ha una bassa tendenza ad essere un nodo ponte, rispetto invece a quanto emerge per i nodi della mappa 1 attraverso l'analisi della Figura 4.6.

Si conclude allora che, anche se il nodo *infinito* appartiene con chiarezza a dei cluster tematici e ne funge da collegamento con altri, non viene utilizzato all'interno dell'intervento in maniera tale da essere centrale per la discussione interdisciplinare e quindi, darvi un forte contributo. Invece, il nodo *simmetria*, avendo un alto valore di BC nella propria rete, rappresenta non solo un nodo ponte tra cluster tematici ma anche, un tema ricorrente all'interno della discussione che consente una migliore espressione dell'intervento interdisciplinare.

Come detto, in entrambi gli interventi è stato fatto uso di nodi cruciali ma, da quest'analisi, si evince che sono stati usati in maniera differente.

È stato fatto un uso più marcato del nodo *simmetria* e questo ha permesso di evidenziare maggiormente il ruolo interdisciplinare dell'intervento corrispondente alla mappa 1 relativamente ai temi vicini a tale nodo. Viceversa, il nodo *infinito* non è stato così incisivo come lo sarebbe potuto essere e questo ha comportato una minor potenza interdisciplinare all'interno dell'intervento corrispondente alla mappa 2.

Con questo risultato possiamo quindi dire che: non è solo importante far uso di nodi cruciali, per caratterizzare una lezione interdisciplinare, ma sono anche rilevanti le strategie argomentative con le quali li si utilizza.

➤ *Analisi dei nodi Livelli*

Proseguendo con l'analisi della BC, si è passati a studiare quegli altri elementi che accomunano le due mappe: i *Livelli*. Come spiegato nel capitolo 2, i *Livelli* rappresentano una macrostruttura che permette di organizzare la conoscenza secondo concetti, regole, leggi, modelli di spiegazione, metodi, etc. I livelli sono stati utilizzati, più o meno esplicitamente, per organizzare sia il discorso matematico sia quello fisico. La loro analisi permette quindi di poter comprendere come le diverse strategie argomentative sono state utilizzate e come, con esse, è stata accompagnata la descrizione di argomenti matematici e fisici.

Dal confronto tra la Figura 4.6 e 4.7, si è osservato che vi è una differente distribuzione dei *Livelli* tra quelli con alta BC. Considerando che per la prima rete abbiamo 102 nodi e per la seconda 108, se si vuole osservare quanti *Livelli* vi sono tra i primi venti con più alto valore di BC notiamo che: per la prima ne abbiamo sei, mentre per la seconda ne abbiamo tre. Tenendo conto che i *Livelli* utilizzati (per entrambi gli interventi) sono otto in totale, allora possiamo dire che:

- per la mappa 1, il 75% dei Livelli è compreso nei primi 20 nodi su 102 (19,6% dei nodi totali)
- per la mappa 2, il 37,5% dei Livelli è compreso nei primi 20 nodi su 108 (18,5% dei nodi totali)

Queste percentuali ci dicono che nei due interventi vi è stata una diversa attenzione all'utilizzo dei Livelli disciplinari. Nell'intervento corrispondente alla mappa 1 i *Livelli* hanno svolto un ruolo rilevante nel caratterizzare le diverse strategie discorsive. Oltretutto, si osserva che la differenza tra le due mappe non è solo nella distribuzione dei Livelli, ma anche nella tipologia disciplinare di quest'ultimi. Considerando sempre i primi venti nodi di entrambe le mappe, si osserva che nella prima troviamo sia Livelli di tipo matematico che fisico, mentre nella seconda solo Livelli di tipo matematico. Questa considerazione ci fa anche comprendere come l'intervento della prima mappa è riuscito nell'intento di intrecciare i vari *Livelli* anche a livello interdisciplinare, potendo far emergere maggiormente ragionamenti di tipo interdisciplinare.

Da quanto analizzato, possiamo dedurre che: se nell'intervento della prof.ssa Fantini si trovano discorsi maggiormente incentrati sull'oscillazione da parte di alcuni temi tra matematica e fisica, nell'intervento delle prof.sse Branchetti-Cattabriga abbiamo, invece, la trattazione dell'argomento parabola incentrata sul tema matematico delle coniche.

Tutto questo, ci porta a considerare ancora di più l'importanza dei Livelli che fungono da linee guida per poter costruire strategie discorsive. Questa considerazione è rafforzata dall'analisi delle Figure 4.8 e 4.9, in merito alla distribuzione dell'APL per tutti i nodi. Si osserva, infatti, che la distribuzione dei *Livelli* per la mappa 1 si attesta tra quelli con più alto valore di APL, a differenza della mappa 2 in cui sono maggiormente sparpagliati. Questo vuol dire che i Livelli, nella mappa 1, hanno permesso una maggior coesione della rete.

Se ora si passa a confrontare sia il grafico della BC che dell'APL per una stessa mappa si possono notare alcune peculiari differenze. Confrontando le Figure 4.7 e 4.9, inerenti alla Mappa 2, si nota che i nodi *Liv Epistemologico mat* e *Liv Metodologico mat*, in entrambi i grafici sono i più alti nella tipologia dei nodi *Livello*. Se, però, si confrontano le Figure 4.6 e 4.8 si nota che, come nel precedente confronto vi è un nodo con un valore alto in entrambi i casi (*Liv Epistemologico fis*), ma vi è, invece, un nodo che nel grafico della BC assumeva un valore intermedio per poi essere tra quelli con più alto valore nel grafico dell'APL. Tale nodo è il *Liv Metodologico mat*. Questa osservazione non solo conferma il differente approccio metodologico tra i due interventi, visto anche dall'analisi dei valori della BC, ma ci dà anche un'importante informazione strutturale. Nella Mappa 2, togliendo il nodo di tipo fisico con APL più alto la struttura della rete vacilla relativamente dato che vi sono nodi matematici più strutturali rispetto a quest'ultimo, nella Mappa 1 togliendo o il nodo fisico o quello matematico con APL più elevato il risultato è che la struttura dei discorsi ne risente molto.

Da queste misure, sembra che i *Livelli* assumano un ruolo molto importante per la costruzione di una lezione interdisciplinare, assolvendo sia al ruolo di nodi ponte tra i diversi discorsi disciplinari affrontati nelle lezioni e, sia ad una presenza che renda maggiormente unita la struttura della mappa, permettendo di conseguenza una miglior comunicazione all'interno di essa.

È stato, quindi, visto come i pattern ricorrenti in lezioni interdisciplinari possano essere sia l'uso, consapevole o meno di livelli disciplinari sia l'utilizzo di nodi cruciali. Dove, i primi mettono in evidenza la rete interdisciplinare e i secondi, invece, evidenziano i punti di connessione all'interno della rete stessa.

Per l'analisi da noi fatta, se si contestualizzano i nodi cruciali nei rispettivi interventi, si osserva come la loro potenza epistemica sia correlata alle strategie discorsive messe in atto dai rispettivi relatori. Si è, infatti, osservato come nell'intervento della prof.ssa Fantini il nodo *simmetria* funga da ponte tra le discipline creando questo continuo flusso tra di esse, enfatizzando così il suo ruolo per far emergere

l'interdisciplinarità. Nell'intervento delle prof.sse Branchetti-Cattabriga, abbiamo però osservato che questo flusso non è così marcato ed infatti i *Livelli* con maggiore BC sono tutti matematici.

Questa differenza è anche dovuta ad un maggior uso di temi a singolo collegamento presenti nella seconda mappa. Dal confronto tra le due mappe si può notare infatti come nella seconda vi siano più nodi che hanno un singolo collegamento. Questo si riflette nel fatto che la mappa 2 ha un maggior numero di nodi con BC pari a zero (il 70% in più rispetto alla mappa 1) e quindi che non contribuiscono alla tenuta strutturale della stessa. Questi nodi corrispondono a quei temi che sono stati solo accennati in ben precisi discorsi e che sono serviti per dare una caratterizzazione maggiore ad un singolo tema trattato. Come conseguenza, un maggior numero di questi nodi a singolo collegamento può comportare una più ampia dispersione delle informazioni, non permettendo il forte intreccio tra cluster tematici che caratterizza la prima mappa, e quindi una minor incisività dell'intervento stesso al fine di far emergere l'interdisciplinarità.

Si è visto, però, come questi nodi cruciali non sono gli unici elementi che possano caratterizzare una lezione interdisciplinare, ma ve ne sono altri: i *Livelli*.

Attraverso l'analisi dei valori della BC e dell'APL si può quindi dire che l'uso dei *Livelli* è estremamente importante per la costruzione di una lezione interdisciplinare. In particolare, la loro organizzazione in livelli fisici e livelli matematici, adottata in fase di codifica del discorso e traduzione nei temi, ha permesso di esplicitare e rendere più evidente ed incisiva l'interconnessione esistente tra le due discipline.

Possiamo quindi dire che, nella struttura dei discorsi interdisciplinari non sono solamente importanti i temi che vengono utilizzati, ma anche come essi vengono trattati nei diversi livelli, prestando attenzione a non soffermarsi solo su una singola disciplina. Questa struttura interdisciplinare è poi resa ancora più forte attraverso l'utilizzo di specifici nodi critici, che consentono di legare maggiormente sia i vari cluster tematici che le discipline stesse, divenendo dei veri e propri nodi interdisciplinari.

Conclusioni

In questo lavoro di tesi, è stata utilizzata una metodologia mista, qualitativa e quantitativa, per analizzare alcune lezioni sul tema della parabola e del moto parabolico tenute nel corso di formazione PLS-POT 2019, rivolto a docenti di scuola secondaria superiore sul tema dell'interdisciplinarietà tra matematica e fisica, dal titolo: “*Strumenti di analisi e comprensione del testo scientifico per l'interdisciplinarietà: un confronto tra fonti e manuali su temi di fisica e matematica*”.

Nel lavoro di analisi si è passati attraverso alcuni passaggi: trascrivere le lezioni affiancando il discorso parlato con il discorso presente nelle slide, codificare le lezioni trasformando il discorso in temi, trasformare la codifica in un file leggibile dal software utilizzato per la visualizzazione e infine, attraverso varie fasi di revisione, arrivare a rappresentare le lezioni in forma di mappe tematiche. Il passaggio successivo è stato quello di analizzare le mappe, sempre attraverso una metodologia mista, chiedendosi quali informazioni fosse possibile ricavare dalle mappe in generale e se l'analisi delle mappe permettesse di identificare dei pattern di interdisciplinarietà.

Per rispondere a queste domande è stata condotta un'analisi su tre livelli:

- analisi di tipo globale, con l'obiettivo di osservare ed analizzare le possibili macrostrutture presenti all'interno della mappa tematica (cfr. 4.1);
- analisi di tipo locale su nodi particolarmente significativi e sui loro collegamenti (cfr. 4.2);
- analisi di tipo locale su come la presenza o assenza dei nodi influenza la dinamica della mappa (cfr. 4.3).

Dall'analisi di tipo globale (cfr. 4.1) è emerso come le macrostrutture rappresentassero l'insieme delle strategie discorsive usate dai relatori e, quindi, gli interventi stessi nella loro globalità. Inoltre, si è osservato come i nodi costituenti le mappe potevano essere divisi in due tipologie: “nodi *oggetto*”, che sono quei nodi caratterizzati da parole che rappresentano principalmente oggetti, azioni, concetti sia fisici che matematici (ad esempio l'oggetto *parabola*, il concetto di *simmetria*, l'azione di *disegnare*), e “nodi *livello*” che sono quei nodi rappresentati da espressioni più generali che fanno riferimento ad un meta-discorso e ai possibili modi attorno a cui si organizza la conoscenza (ad esempio *Livello epistemologico fisico*, *Contestualizzazione storica*, *Mondo della terra*).

Analizzando macroscopicamente i cluster delle due mappe, si osserva come caratteristica generale che i nodi predominanti (cioè quelli che hanno un peso maggiore) sono equamente distribuiti tra nodi oggetto e nodi livello. Questa loro interconnessione fa notare come vi sia un forte intreccio fra due discorsi: quello sul piano più disciplinare, caratterizzato dai nodi oggetto, e quello sul piano più meta-riflessivo, caratterizzato dai nodi livello.

Nel confronto fra le due mappe, si può notare come nella prima mappa, i nodi livello abbiano un valore di Page Rank più elevato e siano più variamente distribuiti fra i vari cluster. Ad una prima

analisi, si può quindi vedere come il discorso più meta-riflessivo sembri essere ancora più strutturale nella prima mappa. Queste prime ipotesi, ottenute dal primo livello di analisi, sono state verificate con un'analisi più locale sui nodi.

Il secondo passaggio, infatti, è stata la conduzione di un'analisi di tipo locale con l'obiettivo di individuare eventuali pattern interdisciplinari emergenti dall'analisi della lezione. Da queste, si è visto che:

- in entrambe le lezioni è possibile identificare alcuni nodi, definiti *cruciali*, che favoriscono una connessione disciplinare all'interno della rete e che, in base alle strategie discorsive utilizzate dal relatore, evidenziano diversamente il ruolo interdisciplinare avuto nella lezione dai temi a loro vicini;
- i nodi *livello* assumono un ruolo molto importante per la costruzione di una lezione interdisciplinare, assolvendo sia al ruolo di nodi ponte tra i diversi discorsi disciplinari affrontati nelle lezioni e, sia ad una presenza che renda maggiormente unita la struttura della mappa, permettendo di conseguenza una miglior comunicazione all'interno di essa.

Dall'analisi dei nodi *cruciali* (cfr. 4.2), è risultato particolarmente rilevante l'identificazione del nodo *simmetria*. Esso è stato individuato come tema emergente non solo nel presente lavoro di tesi ma anche in quello di A. Gombi (Gombi, 2020) nel contesto del progetto IDENTITES. Nel lavoro di Gombi (Gombi, 2020) viene rielaborato il materiale del corso PLS, i cui dati sono usati anche dalla presente tesi, per poter costruire lenti di analisi per libri di testo. Dall'analisi fatta da Gombi (Gombi, 2020), emerge che il concetto di *simmetria* agisce come un “attivatore epistemologico”, esso rappresenta “*un'idea, un tema o un'attività che ha il potenziale o (a) di organizzare la conoscenza ad un livello astrattivo più elevato, o (b) per impostare un nuovo contesto in cui le idee specifiche possano diventare concetti su cui fare leva. Perché è per mezzo di questo suo potenziale che un attivatore epistemologico possiede il potere (c) di sollevare domande sulla natura e sul ruolo della scienza stessa*” (Ravaioli, 2020). Infatti, nel discorso di Guidobaldo il concetto di simmetria è quello che permette di “matematizzare il movimento”. Questo concetto rappresenta quindi sia un attivatore epistemologico sia un nodo di interdisciplinarietà.

Alla luce di quanto detto sul nodo simmetria, ci si chiede allora se anche l'altro nodo cruciale individuato in questa analisi (il nodo *infinito*) non sia a sua volta considerabile attivatore epistemologico. Questo lavoro non può però fornire tale risposta ma apre una domanda che sarebbe interessante portare avanti in future ricerche, attraverso (ad esempio) un'analisi Top-down di tipo qualitativa sulla verifica dei nodi cruciali, emersi da queste mappe, come possibili attivatori epistemologici.

L'ultimo livello di analisi (cfr. 4.3) aveva l'obiettivo di verificare come la presenza o assenza di certi nodi influenzasse la dinamica della mappa.

Questo è stato ottenuto attraverso l'utilizzo di due parametri, la *Betweenness Centrality* (BC) che ci dice la frequenza con cui un nodo si trova nel percorso più breve tra altri due nodi e l'*Average Path Length* (APL) che ci dà un'indicazione su quanto un nodo sia strutturale per la rete, garantendo una coesione tra le strategie discorsive usate.

L'analisi della BC ha permesso di evidenziare come i nodi *Livello* svolgono un ruolo rilevante nel caratterizzare le diverse strategie discorsive, ma in particolare come alcuni di essi svolgono il ruolo di “nodi ponte”, divenendo dei punti centrali nelle strategie discorsive per poter dare maggiore significato ai discorsi che ne facevano uso. L'analisi dell'APL ha invece reso esplicito come la presenza dei *Livelli* influisca sulla tenuta strutturale dell'intera rete e quindi delle strategie discorsive. L'identificazione dei “nodi ponte” con i nodi livello ci permette di confermare il risultato ottenuto dalla prima analisi macroscopica (cfr. 4.1) ma anche di vedere come il discorso meta-riflessivo sia quello su cui si appoggia anche la tenuta del discorso disciplinare.

Incrociando quest'analisi con l'analisi dei triangoli (cfr. 4.2), è stato possibile vedere come i nodi *Livello* caratterizzavano sempre almeno uno dei vertici e collegavano fra loro due nodi oggetto, spesso uno di natura matematica ed uno di natura fisica.

Dall'analisi di tipo locale, avvenuta tramite lo studio della BC di ogni nodo, è emerso quindi che i nodi *Livello* erano caratterizzati dall'essere dei punti di collegamento tra i nodi oggetto all'interno della mappa e che potevano dare un'indicazione su quanto un determinato nodo fosse stato importante per l'attuazione delle strategie discorsive nella lezione. Possiamo dire quindi che i nodi *Livello*, in alcune situazioni, hanno rappresentato dei nodi con una precisa identità strutturale ma capaci di fare da “ponte” tra la matematica e la fisica. Questo particolare ruolo e significato, assunto dai nodi *Livello*, richiama il lavoro di Akkerman e Bakker (2011) sui *boundary objects* e i *boundary crossing*. Nell'articolo, Akkerman e Bakker (2011) parlano di *boundary objects*, riferendosi ad artefatti che svolgono la funzione di ponte (Star, 1989), e “oggetti limite che abitano diversi mondi intersecati fra loro e che soddisfano i requisiti informativi di ciascuno di essi” (Akkerman & Bakker, 2011). Parlano di *boundary crossing*, riferendosi alle pratiche “per entrare in territori non familiari” (Suchman, 1994) e “affrontare sfide di negoziazione e combinazione di ingredienti da diversi contesti per il raggiungimento di una situazione ibrida” (Engeström et al., 1995). Queste due definizioni sulle pratiche di attraversamento di confine, come ad esempio i confini fra due discipline, richiamano fortemente il ruolo che assumono i “nodi ponte” identificati con questa analisi. Infatti, questi nodi sembrano avere non solo un ruolo strutturale all'intera tenuta del discorso disciplinare, ma sono in

una posizione tale da connettere all'interno della mappa nodi oggetto appartenenti a diverse discipline, fungendo così da ponte fra i discorsi disciplinari.

Da ciò, si è allora passati ad analizzare e confrontare quei nodi che, secondo il parametro BC, rappresentano meglio i nodi ponte, rispettivamente per entrambe le mappe. Scegliendo i cinque con più alto valore di BC, otteniamo i seguenti elenchi:

- Mappa 1: Parabola, Livello epistemologico fisico, Mondo della terra, Mondo matematico, Osservazione;
- Mappa 2: Coniche, Parabola, Fuochi, Livello Epistemologico matematico, Apollonio.

Oltre al nodo parabola, che rappresentava l'argomento centrale delle lezioni, l'altro nodo comune ad entrambe le mappe è il nodo *Livello* di tipo epistemologico. Dall'analisi fatta è emerso che il nodo *Livello Epistemologico fis/mat* è un elemento chiave in entrambe le mappe, esso rappresenta quel punto di passaggio che caratterizza molti dei discorsi tenuti dai relatori, permettendo la creazione di una struttura epistemologica di fondo che ha permesso di tenere intrecciati ma distinguibili il discorso di natura fisica e il discorso di natura matematica.

La trasformazione di lezioni in mappe tematiche attraverso l'uso della Network Analysis ha mostrato come sia possibile ottenere diverse interpretazioni e mettere in luce diverse caratterizzazioni di una lezione interdisciplinare e che, attraverso l'analisi dei nodi, è possibile anche far emergere degli elementi di interdisciplinarietà.

Come detto nel primo capitolo, l'uso della Network Analysis nella *Science Education* è un filone di ricerca relativamente giovane che ha ancora molto da offrire e che, grazie alla sua versatilità, può essere utilizzato in vari campi di ricerca e combinato con varie metodologie. In questa tesi, si è rivelato uno strumento utile per triangolare il lavoro sull'interdisciplinarietà con altre tipologie di analisi condotte all'interno del progetto IDENTITIES.

Ringraziamenti

A conclusione di questo lavoro vorrei ringraziare tutte le persone che lo hanno reso possibile.

Innanzitutto, vorrei ringraziare calorosamente la prof.ssa Giulia Tasquier che mi ha seguito con tanta attenzione e mi ha saputo dare utilissimi consigli, indirizzandomi sempre verso la giusta via da percorrere. È stata una persona sempre al mio fianco, sia umanamente che professionalmente.

Un grazie particolare va anche al prof. Enrico Giampieri per aver contribuito a questo lavoro attraverso i suoi interventi illuminanti.

Ancora un grazie va alle professoresse Laura Branchetti, Alessia Cattabriga e Paola Fantini, per avermi accompagnato durante tutto il lavoro di tesi, con i loro suggerimenti e riflessioni.

Un ulteriore ringraziamento va a tutti i miei colleghi che hanno saputo dare validi contributi a questa tesi e che hanno reso il tempo trascorso a Bologna interessante e piacevole.

Ringrazio, infine, i miei genitori che sono stati sempre presenti, incoraggiandomi e sostenendomi in questo percorso.

Un ringraziamento speciale va alla mia ragazza per avermi dato sempre fiducia e positività.

Questo lavoro non sarebbe stato possibile senza il sostegno e il contributo di tutte queste persone.

Grazie

Bibliografia

- Aggarwal, C.C., Zhao, P. (2013). Towards Graphical Models for Text Processing. *Knowledge and Information Systems* 36 (1): 1–21.
- Akkerman, S., Bakker, A. (2011). Boundary Crossing and Boundary Objects. *Review of Educational Research* 81:132-169.
- Alcantara, M.C.; Braga, M.; van den Heuvel, C. (2020). Historical Networks in Science Education: A Case Study of an Experiment with Network Analysis by High School Students. *Sci. Educ.* 2020, 29, 101–121.
- Anfara, V.A., Brown, K.M., Mangione, T.L. (2002). Qualitative Analysis on Stage: Making the Research Process More Public. *Educational Researcher*. 2002;31(7):28-38.
- Balcan, D., Hu, H., Goncalves, B., Bajardi, P., Poletto, C., Ramasco, J.J., Paolotti, D., Perra, N., Tizzoni, M., Van den Broeck, W., Colizza, V., Vespignani, A. (2009). Seasonal transmission potential and activity peaks of the new influenza A(H1N1): a Monte Carlo likelihood analysis based on human mobility. *BMC Medicine*, 7: 45, 2009.
- Barabasi, A.-L. (2016). *Network Science*. <http://networksciencebook.com/>
- Barabasi, A.-L., Albert, R. (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science* 15 Oct 1999: Vol. 286, Issue 5439, pp. 509-512
- Bastian, H., Heymann, S., Jacomy, M. (2009). Gephi: An Open Source Software for Exploring and Manipulating Networks. *Proceedings of the Third International Conference on Weblogs and Social Media, ICWSM 2009, San Jose, California, USA, May 17-20, 2009*
- Blondel, V.D., Guillaume, J.-L., Lambiotte, R., Lefebvre, E. (2008). Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, Volume 2008, October 2008.
- Bodin, M. (2012). Mapping University Students Epistemic Framing of Computational Physics Using Network Analysis. *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 8 (1), p. 010115
- Borgatti, S.P., Mehra, A., Brass, D., Labianca, G. (2009) *Network Analysis in the Social Sciences*. *SCIENCE VOL 323*

- Branchetti, L., Cattabriga, A., Levrini, O. (2019). Interplay between mathematics and physics to catch the nature of a scientific breakthrough: The case of the blackbody. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 15, 020130 (2019)
- Brewe, E. (2018). The Roles of Engagement: Network Analysis in Physics Education Research.
- Broggy, J., O'reilly, J., Erduran, S. (2017). Interdisciplinarity and Science Education. Taber K.S., Akpan B. (eds) *Science Education* pp 81-90.
- Brush, S.G. (2015), Mathematics as an instigator of scientific revolutions, *Science & Education*, 24, 495.
- Bruun, J & Evans, RH 2020, 'Network analysis of survey data to identify non-homogeneous teacher self-efficacy development in using formative assessment strategies', *Education Sciences*, bind 10, nr. 3, s. 1-21.
- Bruun, J. (2012). Networks in Physics Education Research: A Theoretical, Methodological, and Didactical Explorative Study. PhD dissertation. University of Copenhagen. Copenhagen, Denmark.
- Bruun, J., Brewe, E. (2013). Talking and learning physics: Predicting future grades from network measures and Force Concept Inventory pretest scores. *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 9, 020109
- Bruun, J., Lindahl, M., Linder, C. (2018): Network analysis and qualitative discourse analysis of a classroom group discussion, *International Journal of Research & Method in Education*
- Bruun, J., Lindahl, M., Linder, C. (2019). Network analysis and qualitative discourse analysis of a classroom group discussion. *Int. J. Res. Meth. Educ.* 2019, 42, 317–339.
- Cerreta, P. (2019). Giudobaldo, Galileo e l'esperimento della pallina tinta d'inchiostro, *Giornale di fisica*, Aprile-Giugno 2019.
- Creswell, J. (2002). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating Quantitative and Qualitative research*. Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.
- Creswell, J., Clark, V.L.P. (2007). *Designing and Conducting Mixed Methods Research*. Thousand Oaks: SAGE.
- Creswell, J.W., Miller, D. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice* 39(3):124-130

- Denzin, N. and Lincoln, Y. (2000) The Discipline and Practice of Qualitative Research. In: Denzin, N.K. and Lincoln, Y.S., Eds., *Handbook of Qualitative Research*, Sage, Thousand Oaks, 1-32.
- Dolin, J. (2013a). "Fag, hovedområder og fagligt samspil." In: *Gymnasiepædagogik En grundbog*. Ed. by E. Damberg, J. Dolin, G. H. Ingerslev, and P. Kaspersen. Hans Reitzels Forlag, pp. 228–245.
- Dou, R., Brewe, E., Zwolak, J.P., Potvin, G., Williams, E.A.; Kramer, L.H. (2016). Beyond performance metrics: Examining a decrease in students' physics self-efficacy through a social networks lens. *Phys. Rev. ST-PER* 2016, 12, 020124."
- Driver, R., Newton, P., Osborne J. (2000). Establishing the Norms of Scientific Argumentation in Classrooms. *Science Education* 84 (3): 287–312.
- Edwards, S.F., Anderson, P.W. (1975). Theory of Spin Glasses. *Journal of Physics F: Metal Physics*, Volume 5, Number 5.
- Engeström, Y., Engeström, R., Kärkkäinen, M. (1995). Polycontextuality and boundary crossing in expert cognition: Learning and problem solving in complex work activities. *Learning and Instruction*, Volume 5, Issue 4.
- Erdős, P., Rényi, A. (1959). On Random Graphs. *Publicationes Mathematicae*. 6: 290–297.
- Fantini, P. (2014). Verso una teoria locale dell'appropriazione dell'insegnamento/apprendimento della fisica. Doctoral dissertation. University of Bergamo, Bergamo, Italy.
- Faust, K. (2006). Comparing Social Networks: Size, Density, and Local Structure. *Metodoloski Zvezki* 3 (3): 185–216.
- Feldman, R., Sanger, J. (2007). *The Text Mining Handbook: Advanced Approaches in Analyzing Unstructured Data*. Cambridge: Cambridge University Press
- Fielding, N., Fielding, J. (1986). *Linking data*. London, England: SAGE.
- Fortunato, S. (2010). Community Detection in Graphs. *Physics Reports* 486 (3): 75–174.
- Giammetti, R. (2018). *Introduzione alla network analysis*.
- Gombi, A. (2020). The foundational case of the parabolic motion: design of an interdisciplinary activity for the IDENTITIES project. Master dissertation. University of Bologna. Bologna, Italy.
- Granovetter, M. (1973). The Strength of Weak Ties. *American Journal of Sociology* Vol. 78, No. 6 (May, 1973), pp. 1360-1380 (21 pages)

- Hobel, P. (2013). Planlægning af forløb og enkelttimer. In: *Gymnasiepædagogik En grundbog*. Ed. by E. Damberg, J. Dolin, G. H. Ingerslev, and P. Kaspersen. Hans Reitzels Forlag, pp. 401–414
- Hopfield, J.J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *PNAS* April 1, 79 (8) 2554-2558
- Jacomy, M., Venturini, T., Heymann, S., Bastian, M. (2014). ForceAtlas2, a Continuous Graph Layout Algorithm for Handy Network Visualization Designed for the Gephi Software. *PLOS ONE* 9(6): e98679. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0098679>
- Jantsch, E. (1972). inter- and transdisciplinary university: a systems approach to education and innovation. In: *Higher Education Quarterly* 1.1, pp. 7–37
- Jensen, J. J. (2015). *Formativ Evaluering i Almen Studieforberejdelse*. MA thesis. Department of Science Education.
- Kalmark Andersen, I.V. (2017). Interdisciplinarity in the Basic Science Course. A study of how network analysis can be used in Science Education. Master Dissertation. University of Copenhagen. Copenhagen, Denmark.
- Karam, R. (2015). Introduction of the Thematic Issue on the Interplay of Physics and Mathematics. *Sci & Educ* 24, 487–494.
- Klausen, S. H. (2011a). Det faglige samspils form. In: *På Tværs af Fag*. Ed. by S. H. Klausen. Akademisk Forlag, pp. 69–101. — (2011b). “På tværs af fag.” In: *På Tværs af Fag*. Ed. by S. H. Klausen. Akademisk Forlag, pp. 11–30
- Koponen, I.T., Mäntylä, T. (2020). Editorial: Networks Applied in Science Education Research. *Education Sciences* 10(5):142
- Koponen, I.T.; Nousiainen, M. (2018). Concept networks of students’ knowledge of relationships between physics concepts: Finding key concepts and their epistemic support. *Appl. Netw. Sci.* 2018, 3, 14
- Koponen, M.; Asikainen, M.; Viholainen, A.; Hirvonen, P. (2019). Using network analysis methods to investigate how future teachers conceptualize the links between the domains of teacher knowledge. *Teach. Teach. Educ.* 2019, 79, 137–152.
- Kragh, H. (2015). Mathematics and physics: The idea of preestablished harmony, *Science & Education*, 24, 487.

- Leban, S.P. (2020). Interdisciplinarity in Science Education in France: Analysis of Approaches and their Application to the Vibrating String Case Study. Master dissertation. University of Bologna. Bologna, Italy.
- Levrini, O., Branchetti, L., Cattabriga, A., Moruzzi, S., Viale, M. (2019). Interdisciplinarietà tra matematica, fisica, linguistica ed epistemologia: linee guida e risultati di un'esperienza di formazione in servizio nel PLS-POT di Bologna. <https://identitiesproject.eu/>
- Lindahl, M., J. Bruun, and C. Linder (2016). Maps of student discussions about sustainability: Integrating text- mining, network analysis and thematic discourse analysis. In: Poster session presented at Physics Education Research. Sacramento, United States. url: <http://static-curis.ku.dk/portal/files/164113854/wolfPosterJBv2.pdf>.
- Lommi, H.; Koponen, I.T. (2019). Network cartography of university students' knowledge landscapes about the history of science: Landmarks and thematic communities. *Appl. Netw. Sci.* 2019, 4, 6.
- Lorenz, E.N. (1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *J. Atmos. Sci.*, 20, 130–141
- Mandelbrot, B.B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and co., San Francisco, 1982. No. of pages: 460
- Masucci, A. P., Rodgers, G.J. (2006). Network Properties of Written Human Language. *Physical Review. E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 74.
- Newman, M.E.J. (2010). *Networks: An introduction*. Oxford; New York: Oxford University Press, 2010.
- Oltvai, Z.N., Barabasi, A.-L. (2004). Network Biology: Understanding the cell's functional organization. *Nature Reviews Genetics* 5(2):101-13.
- Peters-Burton, E.E.; Parrish, J.C.; Mulvey, B.K. (2019). Extending the Utility of the Views of Nature of Science Assessment through Epistemic Network Analysis. *Sci. Educ.* 2019, 28, 1027–1053.
- Quadrelli, N. (2020). Un approccio interdisciplinare alla parabola per riflettere sulla nascita della fisica moderna: risultati da uno studio con studenti di classe terza di Liceo Scientifico. Bachelor dissertation. University of Bologna. Bologna. Italy.
- Ratcliffe, J.W. (1983). Notions of Validity in Qualitative Research Methodology. *Knowledge*, 5 (2), pp. 147-167.

- Ravaioli, G. (2020), Epistemological Activators and students' epistemologies in learning modern STEM topics (PhD dissertation thesis, Alma Mater Studiorum – Università di Bologna, Bologna, Italy).
- Reichardt, J., Stefan, B. (2006). Statistical Mechanics of Community Detection. *Physical Review. E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 74: 016110.
- Rosvall, M., Bergstrom, C.T. (2008). "Maps of Random Walks on Complex Networks Reveal Community Structure." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 105 (4): 1118–1123.
- Sawtelle, V., Brewe, E., & Kramer, L. H. (2012). Exploring the relationship between self-efficacy and retention in introductory physics. *Journal of Research in Science Teaching*, 49(9), 1096–1121.
- Schram, A.B. (2014). A Mixed Methods Content Analysis of the Research Literature in Science Education. *Journal International Journal of Science Education* Volume 36, 2014 - Issue 15
- Sherin, B. (2013). "A Computational Study of Commonsense Science: An Exploration in the Automated Analysis of Clinical Interview Data." *Journal of the Learning Sciences* 22 (4): 600–638.
- Sneppen, K., Trusina, A., Rosvall, M. (2005). "Hide-and-Seek on Complex Networks. *Europhysics Letters (EPL)* 69 (5): 853–859.
- Star, S. L., & Griesemer, J. R. (1989). Institutional ecology, "translations" and boundary objects: Amateurs and professionals in Berkeley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907–39. *Social Studies of Science*, 19, 387–420.
- Stella, M.; De Nigris, S.; Aloric, A.; Siew, C.S. (2019). Forma mentis networks quantify crucial 704 differences in STEM perception between students and experts. *PLoS ONE* 2019, 14, e0222870.
- Tyumeneva, Y., Kapuza, A., Vergeles, K. (2017). Distinctive Ability of Concept Maps for Assessing Levels of Competence. *Educ. Stud.* 2017, 150–170.
- Tzanakis, C. (2000). Presenting the relation between mathematics and physics on the basis of their history: A genetic approach. In: Katz, V. (Ed.), *Using history to teach Mathematics: An international perspective*, MAA Notes #51(pp.111-120). Washington DC: MAA.
- Tzanakis, C. (2016). Mathematics & physics: an innermost relationship. Didactical implications for their teaching & learning. *History and Pedagogy of Mathematics*, Jul 2016.

- Tzanakis, C., & Thomaidis, Y. (2000). Integrating the Close Historial Development of Mathematics and Physics in Mathematics Education: Some Methodological and Epistemological Remarks. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 44-55.
- Uhden, O., Karam, R., Pietrocola, M., Pospiech, G. (2011). Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education. *Science & Education* 21(4)
- Vukic, D., Martincic-Ipsic, S., Mestrovic, A. (2020). Structural Analysis of Factual, Conceptual, Procedural, and Metacognitive Knowledge in a Multidimensional Knowledge Network. *Complexity* 2020, 2020, 9407162.
- Wasserman, S., Faust, K. (1994). *Social Network Analysis: Methods and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Watts, D.J., Strogatz, S.H. (1998). Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *Nature* 393, 440-442.
- Wilson, C. (2010). Searching for Saddam: A five-part series on how the US military used social networking to capture the Iraqi dictator. www.slate.com/id/2245228/.
- Wilson, K.G. (1975). The renormalization group: Critical phenomena and the Kondo problem. *Rev. Mod. Phys.* 47, 773
- Wu, L., Waber, B.N., Aral, S., Brynjolfsson, E., Pentland, A. (2008). Mining Face-to-Face Interaction Networks using Sociometric Badges: Predicting Productivity in an IT Configuration Task. DRAFT May 7.
- Xiao, L., Witherspoon, R.L. (2015). “Information Sharing as Story Construction in Group Decision Making.” *Proceedings of the Association for Information Science and Technology* 52 (1): 1–4.

Appendice

Appendice A: Mappa 1 - Intervento prof.ssa Fantini - Nodi divisi per cluster

Label	Modularity class	Label	Modularity class	Label	Modularity class
Contestualizzazione storica	0	Liv Ontologico fis	2	Balistica	5
Guidobaldo	0	schema interpretativo	2	regolarità	5
Galileo	0	catenaria	2	iperbole	5
Comandino	0	moto del proiettile	2	Analogia	5
rielaborazione	0	curva	2	circonferenza	6
Comagnini	0	moto dei pianeti	2	intersezione	6
Aristotele	0	Linea retta/circolare	2	punti	6
Apollonio	0	esperimento mentale	2	direttrice	6
retta/circonferenza	0	curva simmetrica	2	equidistanza	6
Principio di Relatività	0	moto locale	2	fuoco	6
parabola	1	osservazione	3	compasso	6
Liv Metodologico fis	1	Livello Esplicativo fisico	3	koyrè	6
Liv Metodologico mat	1	esperienza	3	Liv Epistemologico fis	7
disegnare	1	pratica discorsiva	3	Mondo della terra	7
Liv Epistemologico mat	1	interpretazione	3	Mondo matematico	7
scaldare	1	Piani di ragionamento	3	Scienza moderna	7
esperimento	1	descrizione	3	mondo fisico	7
Liv Esplicativo mat	1	piano fisico	3	fisica/geometria	7
palla	1	cambio di registro	3	Matematizzazione	7
piano matematico	1	domanda/risposta	3	Mondo dei cieli	7
procedura	1	visualizzazione	3	moto parabolico	7
linea parabolica	1	ipotesi interpretativa	3	stato	7
conferma	1	congetture	3	Mondo di quantità	7
piano sperimentale	1	prospettiva	4	movimento	7
Piano mate/geom	1	rappresentazione	4	ipotesi	7
luoghi piani	1	moto	4	Principio di Inerzia	7
geometria	1	simmetria	5	Mondo di qualità	7
raccolta dati	1	moto naturale/violento	5	Newton	7
note tecniche	1	moto dei corpi	5	Scienza classica	7
argomentazione	1	coesistenza	5	processo	7
piano riflessivo	1	condizioni iniziali	5	descrizione del mondo	7
traiettoria	2	ascesa/discesa	5	Rivoluzione Copernicana	7
Liv Ontologico mat	2	superamento del Paradigma	5	Giordano Bruno	7
Coniche	2	corda	5	geometria/fisica	7

Appendice B: Mappa 2 - Intervento prof.sse Branchetti e Cattabriga - Nodi divisi per cluster

Label	Modularity class	Label	Modularity class	Label	Modularity class
fuochi	0	iperbole	2	coniche chiuse	3
Caratterizzazione delle coniche	0	proporzione	2	proprietà dei fuochi	3
ellisse	0	eccentricità	2	Fisici	3
traiettoria	0	curvatura	2	Continuum	3
Lavoro delle coniche	0	generalizzazione delle proprietà	2	orientamento della tg	3
infinito	0	proprietà di proporzione	2	fuoco cieco	3
forma di un ovale	0	problema teorico	2	disciplina matematica	3
modellizzazione delle traiettorie-coniche	0	parallelismo	2	Macchina matematica	4
orbita	0	ortotone	2	disegnare	4
approccio proiettivo alle coniche	0	Mehkmud	2	Piano matematico	4
Liv Ontologico fisico	0	traiettoria	2	Parabolografo di Cavalieri	4
circonferenza	0	retta tg	2	costruzione	4
moto dei pianeti	0	coniche	3	piano geometrico	4
elemento unificante	0	Liv Epistemologico mate	3	curve	4
Apollonio	1	Liv Metodologico mate	3	Galileo	4
novità	1	proprietà	3	compasso a filo	4
assenza di linguaggio algebrico	1	Caratterizzazione coniche-parametro	3	iperbolografi	4
rettangolo cartesiano	1	geometria analitica	3	tracciatori	4
Caratterizzazione dei fuochi	1	geometria proiettiva	3	Keplero	5
termini tecnici	1	progressi	3	Parabolografo	5
sintesi completa	1	caratterizzazione proiettiva	3	rifrazione/riflessione	5
Euclide	1	unificazione	3	analogie	5
direzione delle ordinate	1	Liv Epistemologico fisico	3	Contestualizzazione storica	5
parabola	2	Sistema di riferimento	3	Liv Metodologico fisico	5
Liv Esplicativo mate	2	similitudini	3	fallimento/errore	5
sezione di cono	2	Liv Ontologico mate	3	metafora	5
Caratterizzazione coniche-rapporti	2	equazione della parabola	3	tracciatore a filo	5
Liv Esplicativo fisico	2	relazione quadratica	3	Witelo	5
pallina in movimento	2	Lavori di unificazione	3	studi di ottica	5
rapporto	2	sezione di un cono	3	metodo investigativo	5
caratterizzazione piana	2	problemi classici	3	rette parallele	6
Greco	2	Piano fisico	3	raggi di luce	6
Sintomo	2	geometria sintetica	3	rette	6
problema nel piano	2	curva	3	ellissoide di rotazione	6
diametro	2	intuizioni	3	asse della parabola	6
Etimologia	2	tagliare	3	specchio	6